

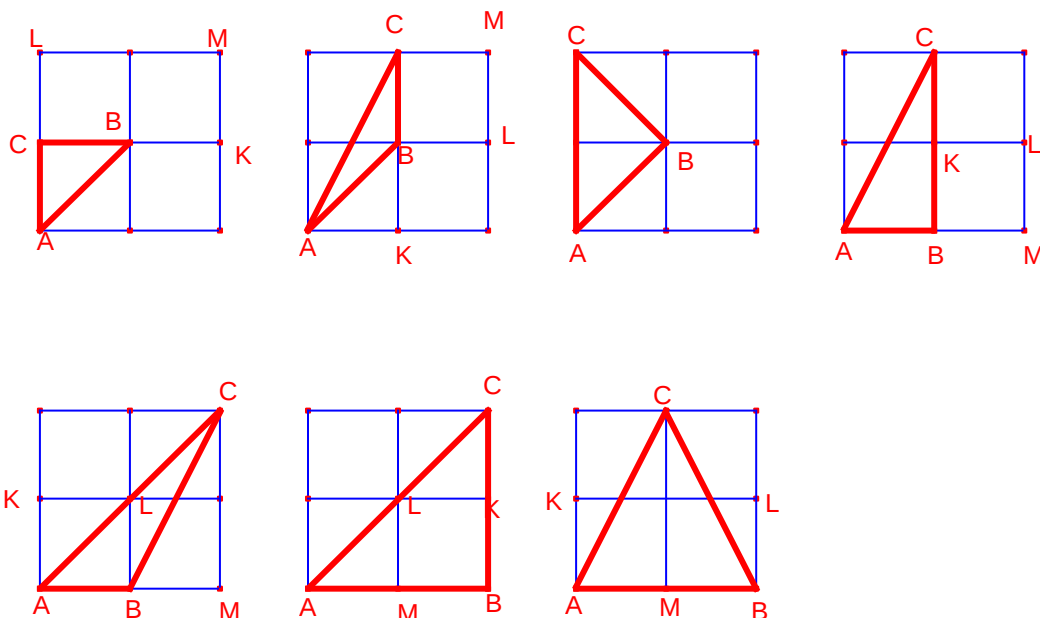
Problema 910

Considerem el plànol afí sobre un cos de característica 3.

Proveu que les mitjanes de qualsevol triangle són paral·leles.

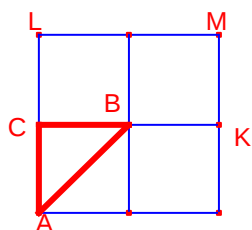
Solució

En aquest cos hi ha 7 tipus de triangles.



Siga K el punt mig del costat $\overline{BC}$. Siga L el punt mig del costat $\overline{AC}$. Siga M el punt mig de costat $\overline{AB}$

Cas 1.



$A(0,0), B(1,1), C(0,1)$

Les coordenades dels punts migs són:

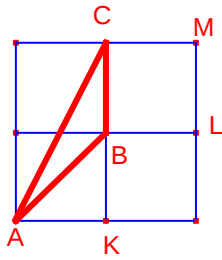
$K(2,1), L(0,2), M(2,2)$

Els vectors directores de les mitjanes són:

$\overrightarrow{AK} = (2,1), \overrightarrow{BL} = (-1,1) = (2,1), \overrightarrow{CM} = (2,1)$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 2



$$A(0,0), B(1,1), C(1,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

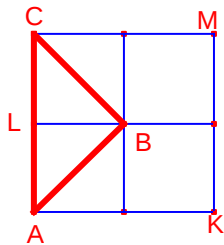
$$K(1,0), L(2,1), M(2,2)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (1,0), \overrightarrow{BL} = (1,0), \overrightarrow{CM} = (1,0)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 3



$$A(0,0), B(1,1), C(0,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

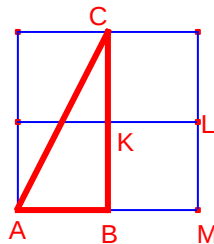
$$K(2,0), L(0,1), M(2,2)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (2,0), \overrightarrow{BL} = (2,0), \overrightarrow{CM} = (2,0)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 4



$$A(0,0), B(1,0), C(1,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

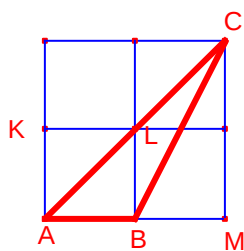
$$K(1,1), L(2,1), M(2,0)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (1,1), \overrightarrow{BL} = (1,1), \overrightarrow{CM} = (1,-2) = (1,1)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 5



$$A(0,0), B(1,0), C(2,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

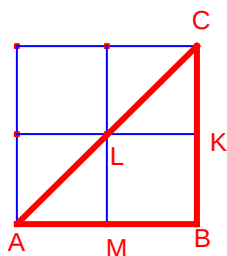
$$K(0,1), L(1,1), M(2,0)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (0,1), \overrightarrow{BL} = (0,1), \overrightarrow{CM} = (0,-2) = (0,1)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 6



$$A(0,0), B(2,0), C(2,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

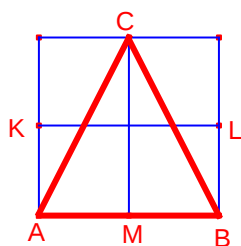
$$K(2,1), L(1,1), M(1,0)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (2,1), \overrightarrow{BL} = (-1,1) = (2,1), \overrightarrow{CM} = (-1,-2) = (2,1)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.

Cas 7



$$A(0,0), B(2,0), C(1,2)$$

Les coordenades dels punts migs són:

$$K(0,1), L(2,1), M(1,0)$$

Els vectors directors de les mitjanes són:

$$\overrightarrow{AK} = (0,1), \overrightarrow{BL} = (0,1), \overrightarrow{CM} = (-2,0) = (1,0)$$

Aleshores, les tres mitjanes són paral·leles.