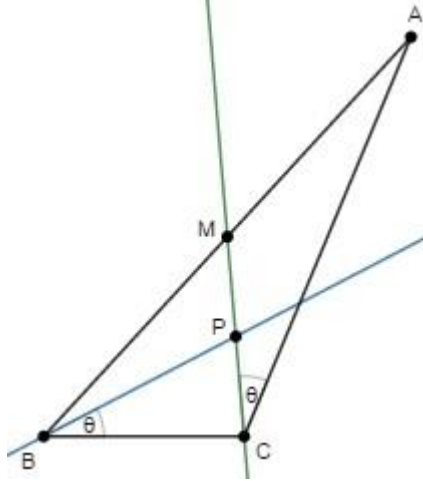


TRIÁNGULOS CABRI

Problema 914. Para cada triángulo ABC , se considera el punto $P = m_c \cap l$ siendo m_c la mediana correspondiente al vértice C y l la recta que pasa por el punto B y tal que $\angle(AC, m_c) = \angle(BC, l)$:



Dados un segmento BC y un entero positivo n , determinar el lugar geométrico que describe el punto A cuando el punto P correspondiente al triángulo ABC verifica que:

$$\frac{CP}{CB} = \frac{1}{n}$$

Miguel-Ángel Pérez García-Ortega

10943

Solución de Ricardo Barroso Campos. Jubilado. Sevilla.

En primer lugar veamos la construcción geométrica del punto A .

Tracemos el segmento BC . Una recta r que contenga a B y forme un ángulo θ con BC .

Por C construyamos una circunferencia de radio $\frac{CB}{n}$, que cortará a la recta dada en dos puntos uno o ninguno.

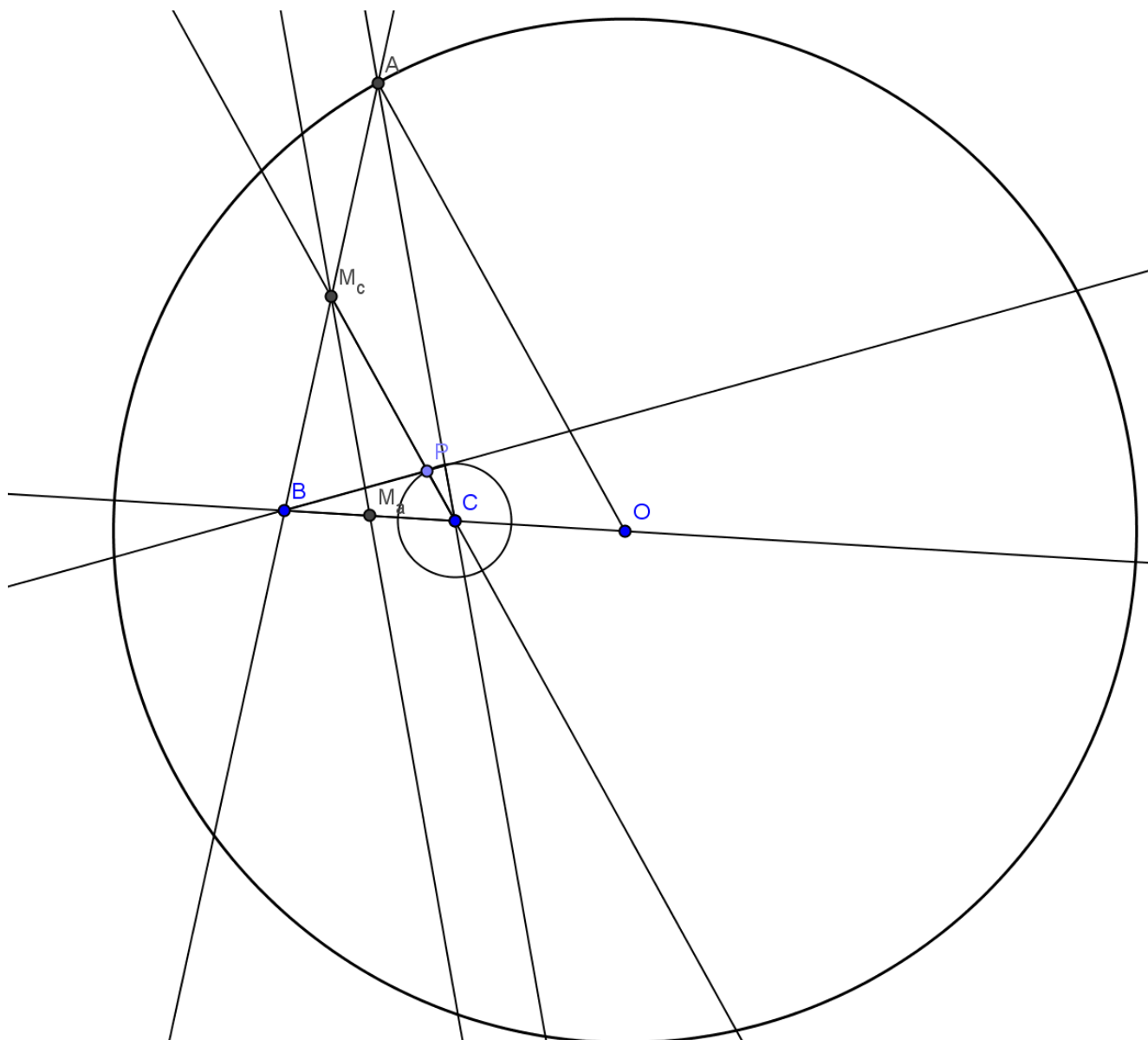
En el primer caso tomemos el punto P como el más cercano a B , en el segundo, tomemos P como el único punto (de tangencia) de intersección. En el tercer caso reconsideremos la recta r y por tanto el ángulo θ tomándolo menor, hasta conseguir uno de los dos casos anteriores, lo que siempre se podrá tener por las propiedades de la circunferencia.

Una vez construida la recta s CP , construyamos la recta u tal que contenga a C y que $\angle(s, u) = \theta$

El punto buscado A habrá de estar contenido en la recta u .

Tracemos la paralela v a la recta u por el punto medio de BC , que denotaremos por M_a .

v cortará a s en M_c , que será el punto medio de BA , con lo que la recta BM_c cortará a la recta u en A , con lo que tenemos construido el triángulo ABC .



Los triángulos BPC y M_cM_aC son semejantes, siendo

$$\frac{BP}{M_aM_c} = \frac{BC}{M_cC} = \frac{PC}{M_aC} = \frac{2}{n} \text{ Luego } CM_c = \frac{n}{2} BC, \text{ y es por tanto constante.}$$

Si trazamos por A una paralela a CM_c , cortará a la recta que contiene a BC en O. Al ser OA constante e igual a n, el lugar geométrico pedido resulta ser la circunferencia de centro O y radio n BC.