

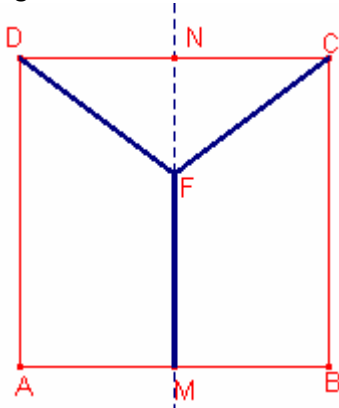
Problema 916

En un quadrat ABCD, es considera un punt F equidistant del segment $\overline{AB}$ i dels vèrtexs C i D.

Calculeu la raó de l'àrea del triangle $\triangle FCD$ i del quadrat ABCD.

Solució de Ricard Peiró i Estruch.

Siga $\overline{AB} = c$ el costat del quadrat ABCD.



Siguin M, N els punts migs dels costats $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$, respectivament.

El punt F pertany a la mediatriu MN del segment $\overline{CD}$ i és interior al quadrat.

Siga $\overline{DF} = \overline{CF} = \overline{FM} = x$.

$$\overline{FN} = c - x$$

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\triangle DNF$:

$$\overline{FN} = \frac{\sqrt{4x^2 - c^2}}{2}$$

$$\text{Aleshores, } c - x = \frac{\sqrt{4x^2 - c^2}}{2}.$$

Resolent l'equació:

$$x = \frac{5}{8}c$$

$$\overline{FN} = c - x = \frac{3}{8}c.$$

L'àrea del triangle $\triangle FCD$ és:

$$S_{FCD} = \frac{1}{2}c \cdot \frac{3}{8}c = \frac{3}{16}c^2.$$

La raó de l'àrea del triangle $\triangle FCD$ i del quadrat ABCD és:

$$\frac{S_{FCD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{3}{16}c^2}{c^2} = \frac{3}{16}.$$