

Problema 918.

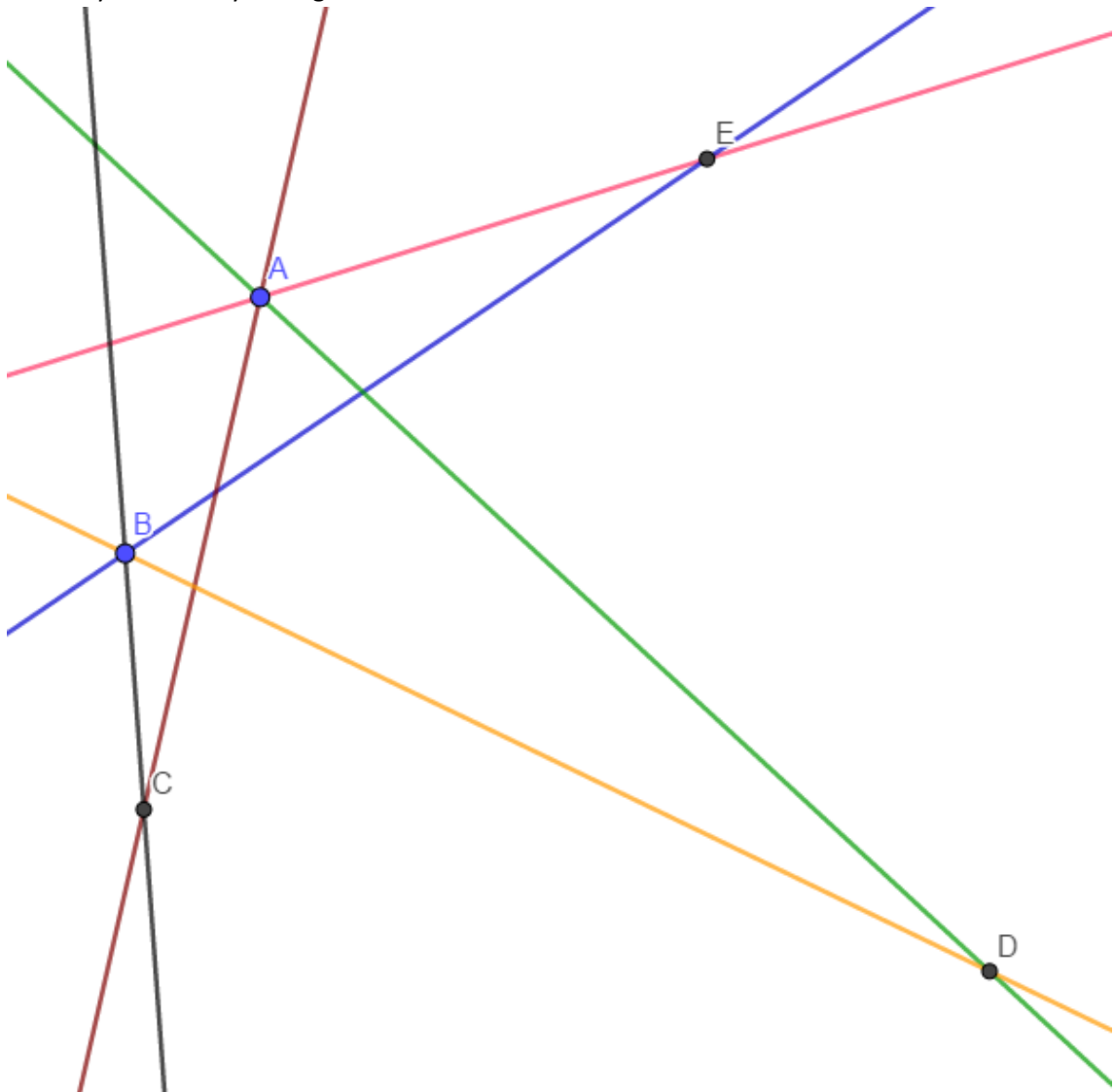
Teorema del faro. Dos conjuntos de 3 rectas de distancia angular de 120° , cada uno de los cuales contienen a puntos fijos A, y B, intersecan en 3^2 puntos que son los vértices de 3 triángulos equiláteros. Sus circuncírculos contienen a A y B.

Guy, R. K. (2007), El teorema del faro. Morley and Malfatti. Un manojo de paradojas. The American Mathematical Monthly , Vol 114, No 2, Feb 2007.

Solución del director

Sean la recta roja, que se construye conteniendo a A y con giros de 120° de centro A, se construyen la verde y la marrón

Sea la recta naranja, que se construye conteniendo a B y con giros de 120° de centro B, se construyen la azul y la negra



Sean C(marrón y negra), E (roja y azul), y D(verde y naranja).

Tenemos $\angle EAC = \angle EBC = 120^\circ$

Así ABCE es cuadrilátero concíclico.

Por otra parte, $\angle DAE = \angle DBE = 60^\circ$

Y tenemos que DBAE también es cuadrilátero concíclico.

El pentágono ABCDE es por tanto concíclico y por ello, $\angle EDC = 180^\circ - \angle EAC = 60^\circ$

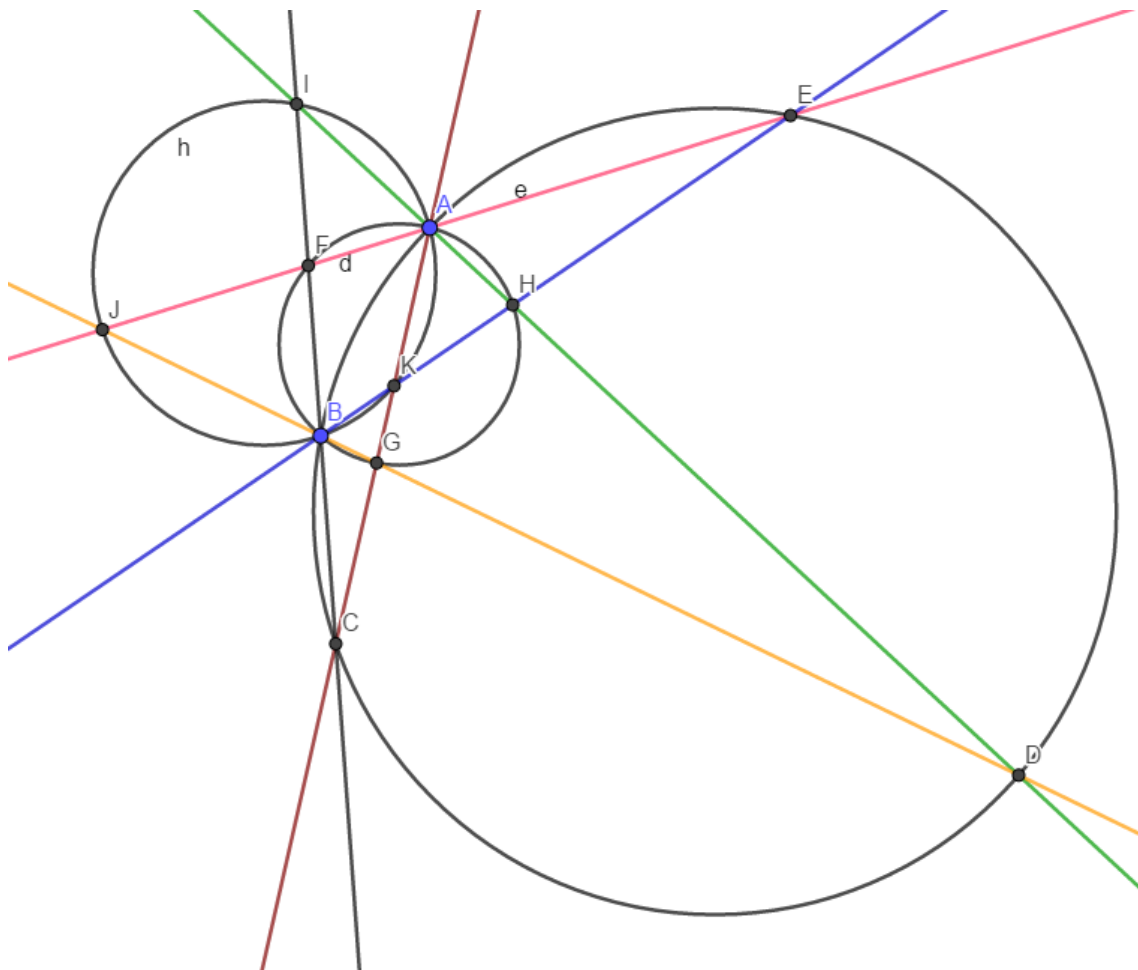
Además $\angle ECD = \angle EAD = 60^\circ$.

Luego, c.q.d. CDE es equilátero.

Por analogía tenemos pues tres equiláteros

F(negra y roja), G(marrón y naranja), H(verde y azul)

I (verde y negra), J(naranja y roja), K(azul y marrón)



Las tres circunferencias circunscritas contienen a A y a B.

Ricardo Barroso Campos. Jubilado. Sevilla. España

