

Problema 922

Punto X(192) de la ETC.

Punto de paralelas congruentes

Construir un punto P interior al triángulo ABC de manera que las tres paralelas a los lados construyan tres segmentos de la misma longitud.

Demostrar que tal longitud es $(2abc)/(ab+bc+ac)$.

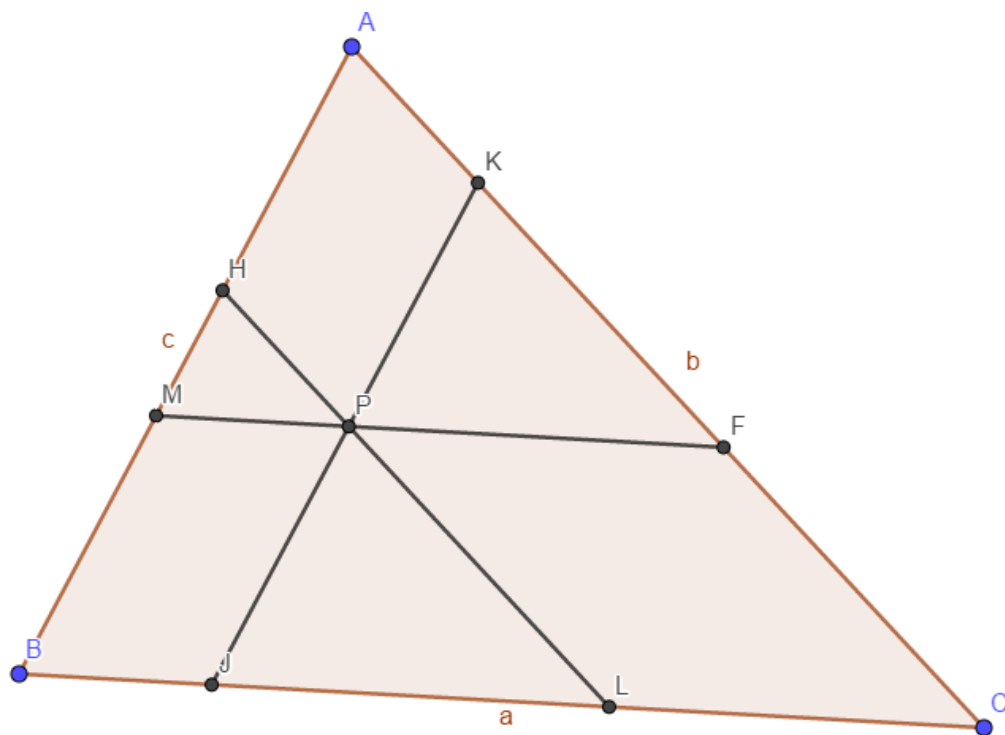
Hyacinthos message 2929 (Paul Yiu, May 29, 2001),

X(192) [ETC de Kimberling](#)

Solución del director

Comencemos por la segunda parte.

Sea ABC el triángulo y supongamos que tenemos tres paralelas a los lados de manera que pasen por un mismo punto y que los segmentos que formen sean iguales.



Sea $BJ=as$, $JL=at$, $LC=au$. Siendo $s+t+u=1$.

Es $CF=LP=bt$, $BM=JP=ct$.

$MP=as$, $HP=bs$, $MH=cs$.

$FP=au$, $KP=cu$, $FK=bu$.

Luego habrá de ser

$MF=as+au=HL=bs+bt=JK=ct+cu=m$.

$$MF=as+au= HL= bs+bt=JK=ct+cu=m.$$

Es decir, $s+u=m/a$, $s+t=m/b$, $t+u=m/c$.

$$\text{Luego } 2(s+u+t)= m/a+m/b+m/c$$

$$\text{O sea, } m = \frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}} = \frac{2 a b c}{bc+ca+ab}$$

Una vez tenido el valor, al trazar paralelas construimos el punto P.

Ricardo Barroso Campos

Jubilado

Sevilla España