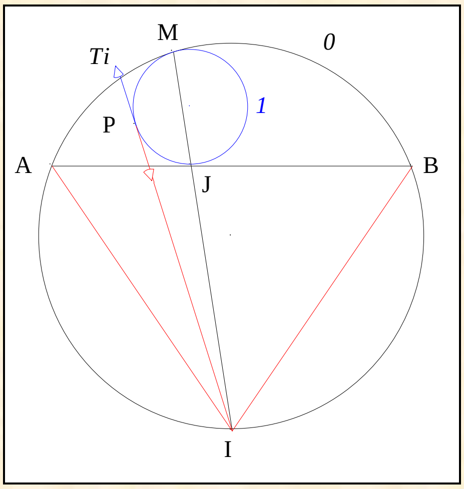
PROBLÈME 1

Tangente remarquable à un cercle segmentaire

VISION

Figure :



Traits : [AB] un segment,
0 un arc de cercle passant par A et B,
D le segment circulaire défini par [AB] et *1*,
1 un cercle segmentaire de *D*,
M, J les points de contact de *1* resp. avec *1*, [AB],
0' le cercle généré par *0*,
I le milieu de l'arc AB de *0'* ne contenant pas M,
Ti une tangente à *1* issue de I
et P le point de contact de *Ti* avec *1*.

Donné : IP = IA = IB.

Commentaire : une preuve synthétique de ce résultat peut être vue sur le site de l'auteur. [1]

[1] Ayme J.-L., Cercles segmentaires, G.G.G. vol. **16**, p. 9-12 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

PROBLÈME 2 [2]

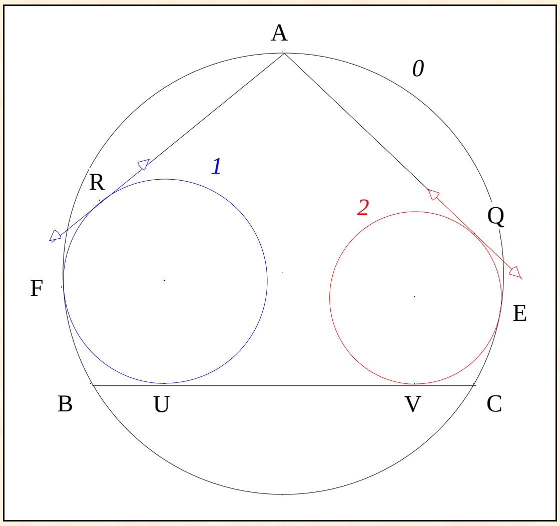
Antonio Gutiérrez (02/06/2019)

Problema **1434**

Une relation

VISION

Figure :

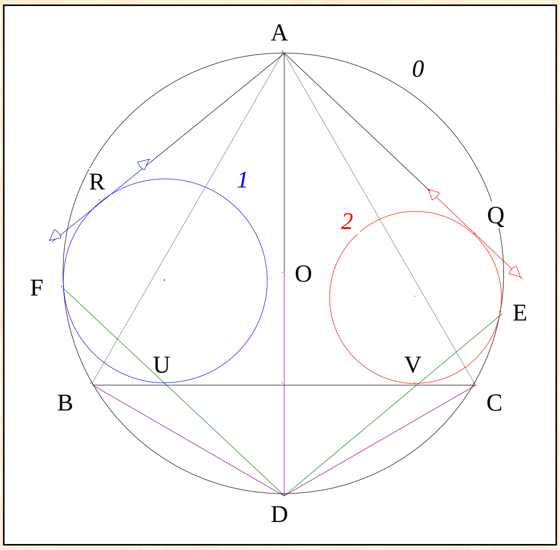


Traits : ABC un triangle équilatéral,
0 le cercle circonscrit à ABC,
E, F deux points de *0* situés dans le même demi-plan frontière (BC) contenant A,
1, *2* un E, F-cercle de Thébault,
U, V les points de contact de *1*, *2* avec (BC)
et Q, R les points de contact des tangentes à *1*, *2* issues de A comme indiqués sur la figure.

Donné : AR + AQ = 2.UV.

VISUALISATION

[2] Gutiérrez A. ; http://geometria-problemas.blogspot.com/2019/06/problema-de-geometria-1434-triangulo.html
Barroso R., Problema **926** ; https://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/
A relation with two Thebault's circles, AopS du 03/12/2019 ;
https://artofproblemsolving.com/community/c6h1962286_a_relation_with_two_thebaults_circles



- Notons D le second A-perpoint de ABC
  et O le centre de *0*.

- ABC étant équilatéral, O est le centre de ABC.

- D'après Jules Alexandre Mention [3], DO = DB = DC.

- D'après Problème **1**, les longueurs des tangentes à *1* et *2* issues de D sont égales à DB.

- **Scolie :** AD = 2.DO.

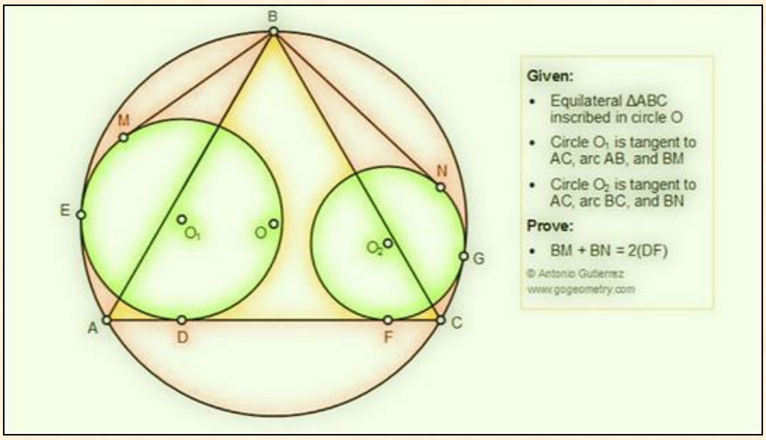
- Une chasse :

  * d'après John Casey "Le théorème" [4],
  appliqué A, *1*, D et *2*, tangents intérieurement à *0*, AR.DC + DB.AQ = AD.UV

  * par substitution et factorisation, DB.(AR + AQ) = 2.DO.UV.

- **Conclusion :** par simplification, AR + AQ = 2.UV.

Archive :



[3] Catalan E., Livre **II**, théorème **XXI**, *Théorèmes et problèmes de Géométrie élémentaires* (1879) 46 ;
Johnson R. A., *Advanced Euclidean Geometry*, Dover, (1965) 185

[4] Ayme J.-L., John Casey et une généralisation de Claude Ptolémée, G.G.G. vol. **43**, p. 7-10 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/