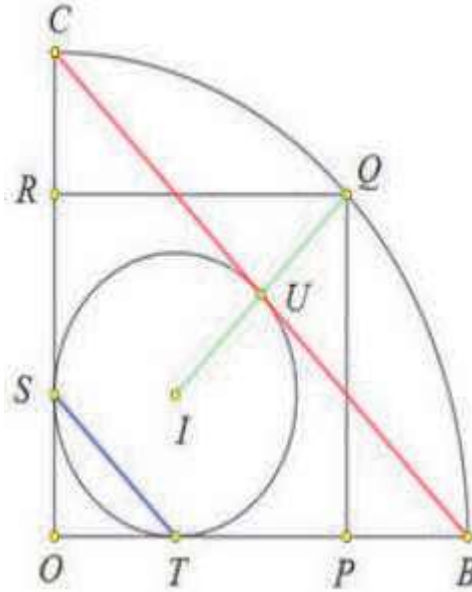


TRIÁNGULOS CABRI

Problema 931. (Suppa, E., 2019) En la siguiente figura, $OPQR$ es un cuadrado y el punto I es el incentro del triángulo OBC :



Probar que:

$$\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{TS}$$

Solución:

Por razones de proporcionalidad, podemos suponer que el lado del cuadrado $OPQR$ tiene longitud unidad, por lo que:

$$OB = OC = OQ = \sqrt{2} \Rightarrow BC = 2$$

y, como el radio de la circunferencia (I) es:

$$i = \frac{OB + OC - BC}{2} = \sqrt{2} - 1$$

entonces:

$$TS = \sqrt{2} i = 2 - \sqrt{2}$$

Además, como:

$$IQ = \sqrt{2} QE = \sqrt{2} (QP - i) = 2\sqrt{2} - 2$$

resulta que:

$$\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{1}{TS}$$

Miguel-Ángel Pérez García-Ortega