

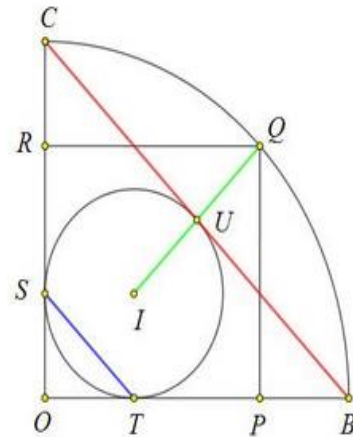
Problema 931

★ $\odot(OBC)$ quarter of circle (O, OB)

★ I incenter of $\triangle OBC$

★ S, T, U touch points

★ *OPBR* square inscribed in
mixtilinear triangle *OBC*



Prove that: $\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{TS}$

Propuesto por Ercole Suppa.

Solución:

Q es el punto medio del cuadrante.

Entonces, O, I, U i Q están alineados.

Siga $r = \overline{IT} = \overline{OT} = \overline{IU}$ radio de la circunferencia inscrita en el triángulo $\triangle OBC$
 Por ser ángulo inscrito y abarcar un arco de 45°

$$\angle CBQ = \frac{1}{2}45^\circ$$

$$\angle IBU = \frac{1}{2} 45^\circ$$

Entonces los triángulos rectángulos $I\overset{\Delta}{U}B, Q\overset{\Delta}{U}B$ son iguales.
Entonces, $\overline{QU} = \overline{IU} = r$

OTIS es un cuadrado de lado r .

$$\overline{TS} = \overline{OI} = r\sqrt{2}$$

$$\overline{QI} = 2r$$

$$\overline{BC} = 2 \cdot \overline{BU} = 2 \cdot \overline{OU} = 2(1 + \sqrt{2})r$$

$$\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{2(1+\sqrt{2})r} + \frac{1}{2r} = \frac{1}{r} \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{r} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\overline{TS}} = \frac{1}{r\sqrt{2}} = \frac{1}{r} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Entonces,

$$\frac{1}{\overline{BC}} + \frac{1}{\overline{IQ}} = \frac{1}{\overline{TS}}$$

