Extra del 15 de Diciembre de 2019 al 29 de febrero de 2020

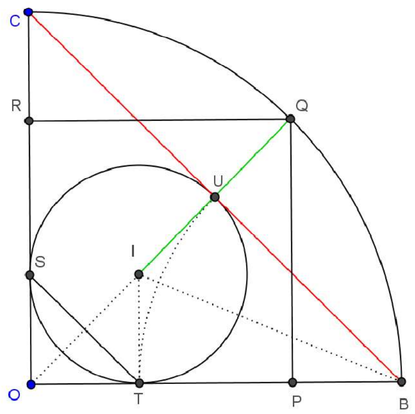
Propuesto por Ercole Suppa.

***Problema* 931**.- *Sea (OBC) el primer cuadrante del círculo (O, OB); I incentro de $\Delta OBC; S, T, U$ puntos de contacto; $OPQR$ cuadrado inscrito en el triángulo mixtilíneo OBC.*

Demostrar que $\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{TS}$.

Suppa, E. (2019) comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Supongamos que el radio del círculo (O, OBC) es la unidad.

Los puntos U y T equidistan de B, por tanto $BT = BU$ es la mitad de la hipotenusa y OT –radio de la circunferencia inscrita– es lo que falta para sumar el radio del círculo. Así pues la hipotenusa es $BC = \sqrt{2}$ y el radio de la circunferencia inscrita es $r = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

TS es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos iguales a r, por tanto

$$TS = \sqrt{2}r = \sqrt{2} - 1$$

IQ es el radio del círculo menos esa hipotenusa, $IQ = 1 - TS = 2 - \sqrt{2}$.

Y ahora a calcular

$$\frac{1}{BC} + \frac{1}{IQ} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{1}{TS}$$

■