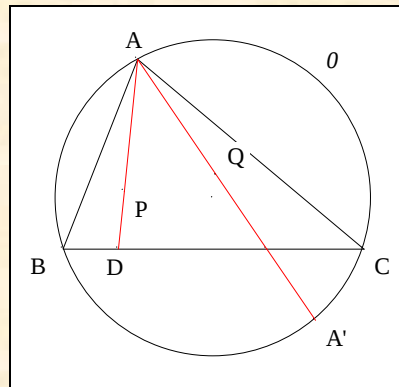


PROBLÈME 1 ¹

VISION

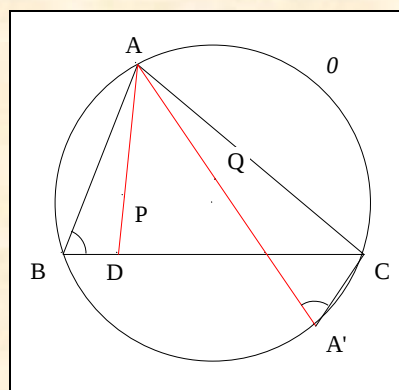
Figure :



Traits : ABC un triangle,
 O le cercle circonscrit à ABC
P un point,
Q l'isogonal de P relativement à ABC,
D le pied de (AP)
et A' la circumtrace de (AQ).

Donné : $AB.AC = AD.AA'$.

VISUALISATION



- D'après "Angles inscrits", $\angle CA'A = \angle CBA$.
- (AD) et (AA') étant deux A-isogonales de ABC, les triangles CAA' et DAB sont directement semblables ; en conséquence, $AB/AA' = DA/CA$.
- **Conclusion :** par "produit en croix", $AB.AC = AD.AA'$.

¹ A very simple relation, AoPS du 24/02/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c4t48f4h1203163_a_very_simple_relation

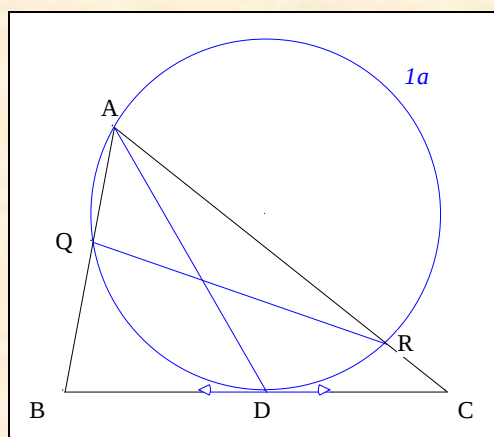
PROBLÈME 2²

There is a Russian proverb
Shouting from a gun to sparrows
 which is usually used when one uses an extremely powerful thing
 to solve
 a simple problem

3

VISION

Figure :

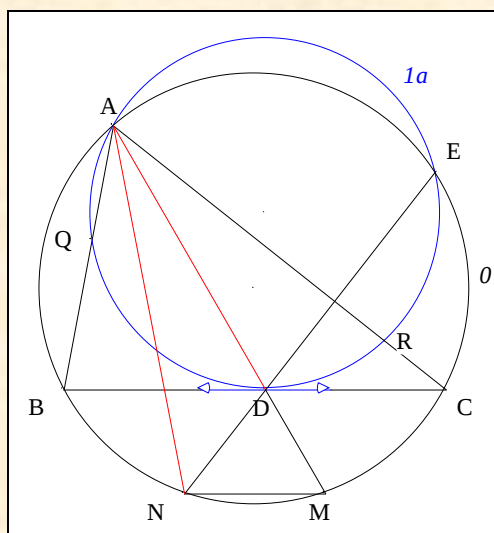


Traits : ABC un triangle,
 D un point de [BC],
 1a le cercle passant par A et tangent à (BC) en D,
 r le rayon de 1a
 et Q, R les seconds points d'intersection de 1a resp. avec (AC), (AB).

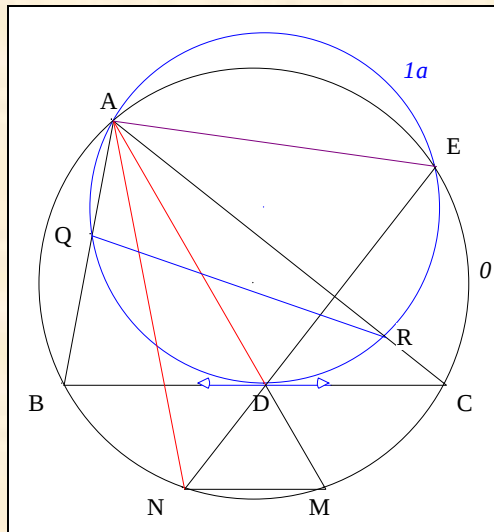
Donné : $AD^2 \cdot BC = AB \cdot AC \cdot QR$.

VISUALISATION

² geometry problem, AoPS du 30/11/2019 ; https://artofproblemsolving.com/community/c4t48f4h1961535_geometry_problem
 a hard problem, AoPS du 02/12/2019 ; https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1962022_a_hard_problem
³ Une relation, *Les-Mathematiques.net* du 04/12/2019 ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1900290>
 Shvetsov D.



- Notons O le cercle circonscrit à ABC ,
 R le rayon de O ,
 E le second point d'intersection de O et $1a$,
 et M, N les seconds points d'intersection de (AD) , (ED) avec O .
- Les cercles O et $1a$, les points de base A et E , les symmedianes (MAD) et (NED) , conduisent au théorème 1 de Reim ; il s'en suit que $(MN) \parallel (BDC)$.
- Par définition, (AM) et (AN) sont deux A -isogonales de ABC .
- D'après Problème 1, $AB.AC = AD.AN$ i.e. $AB.AC/AD^2 = AN/AD$.



- D'après "La loi des sinus" appliqué à

(1)	$AN/AD = R/r$
(2)	$R/r = BC/QR$
(3)	par transitivité de $=$, $AN/AD = BC/QR$.
- **Conclusion :** par substitution et réarrangement, $AD^2.BC = AB.AC.QR$.