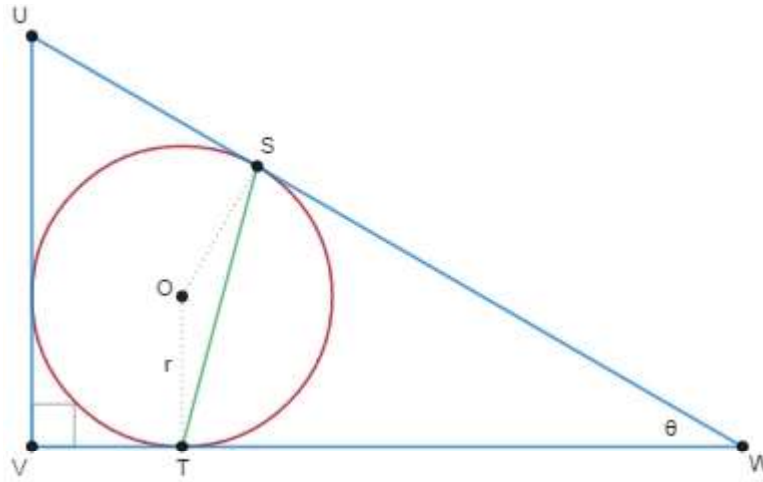


TRIÁNGULOS CABRI

Problema 935. (Pérez García-Ortega, M. A., 2019) Dados $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ y una circunferencia (O) de radio r , se consideran un punto W exterior a ella y el triángulo isósceles TWS , siendo T y S los puntos de tangencia de las dos rectas tangentes a la circunferencia (O) trazadas desde W . Determinar la distancia que debe existir entre W y los puntos T y S para que $\angle SWT = \theta$.

Solución:

Suponiendo que $\angle SWT = \theta$, vamos a considerar un punto U sobre la recta WS y un punto V sobre la recta WT de forma que el triángulo UVW sea rectángulo en V y (O) sea su circunferencia inscrita, tal como se muestra en la siguiente figura:



De esta forma, si llamamos u , v y w a las longitudes de los lados del triángulo UVW , resulta que:

$$r = \frac{u - v + w}{2} = \frac{v \cos \theta - v + v \sin \theta}{2} = \frac{v(\cos \theta + \sin \theta - 1)}{2} \Rightarrow v = \frac{2r}{\cos \theta + \sin \theta - 1}$$

por lo que:

$$WT = u - r = v \cos \theta - r = \frac{2r \cos \theta}{\cos \theta + \sin \theta - 1} - r = \left(\frac{\cos \theta - \sin \theta + 1}{\cos \theta + \sin \theta - 1} \right) r$$