

Problema 935

Siguen l'angle $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$ i una circumferència de centre O i radi r.

Es considera un punt W exterior a la circumferència i el triangle isòsceles $\triangle TWS$ essent T i S els punts de tangència de les dues rectes tangents a la circumferència traçats des de W.

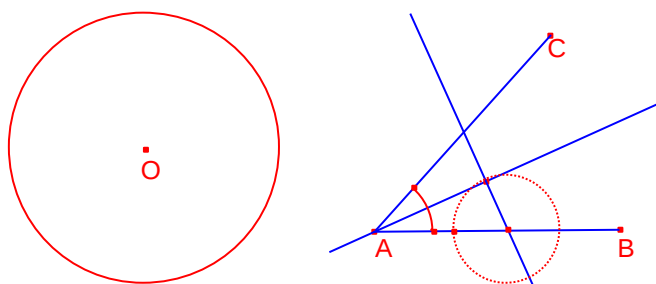
Determineu la distància entre W i els punts T i S per a $\theta = \angle SWT$

Pérez-García. Comunicació personal

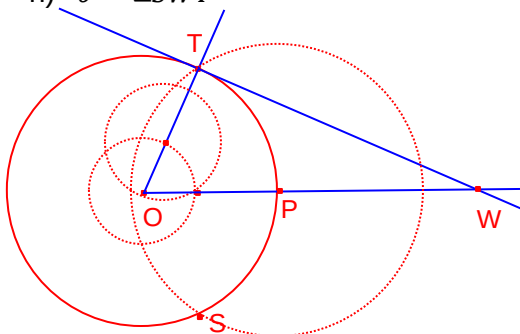
Solució

Construcció geomètrica.

Siguen donats la circumferència de centre O i radi r, i l'angle $\theta = \angle BAC$, $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$



- Tracem la bisectriu a l'angle $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$
- Tracem una perpendicular a la bisectriu per construir l'angle $\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$
- Dibuixem el punt T en la circumferència.
- Dibuixem l'angle central de la circumferència $\angle TOP = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$
- Dibuixem la recta r perpendicular a OT que passa per T. La recta r és tangents a la circumferència.
- La recta r talla la recta OP en el punt W
- Dibuixem la circumferència de centre P que passa per T, que talla la circumferència inicial en S
- $\theta = \angle SWT$



Solució analítica:

Aplicant raons trigonomètriques al triangle rectangle $\triangle OTW$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} &= \frac{r}{\overline{WT}} \\ \overline{TW} &= \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}} \end{aligned}$$