

TRIÁNGULOS CABRI

Problema 943. (propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega) Dado un segmento BC , determinar el lugar geométrico que describe el punto A para que el baricentro G , el incentro I y el punto de Gergonne G_e del triángulo ABC estén alineados.

Solución:

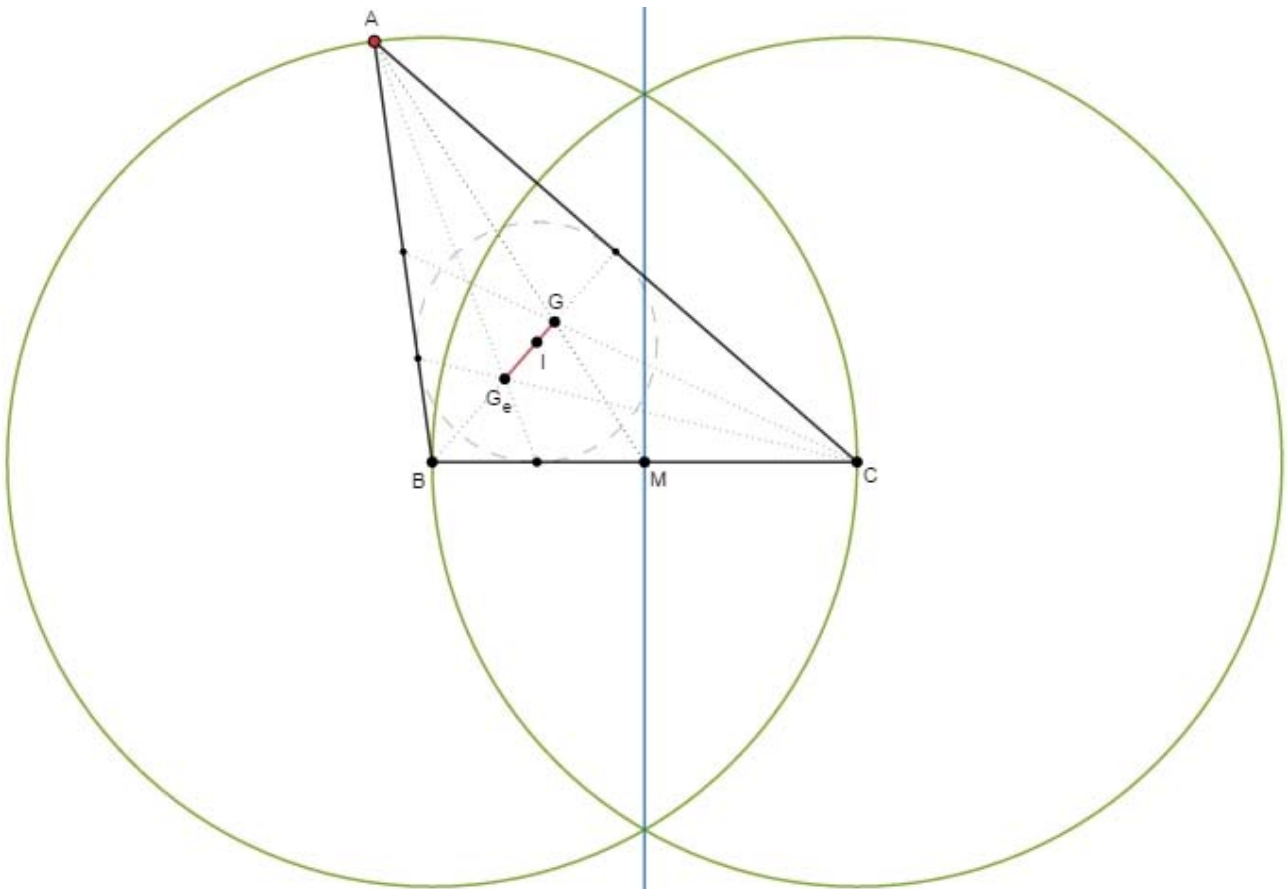
Si A es uno de estos puntos, considerando coordenadas baricéntricas con respecto al triángulo ABC , como:

$$\begin{cases} G = (1 : 1 : 1) \\ I = (a : b : c) \\ G_e = ((s-b)(s-c) : (s-a)(s-c) : (s-a)(s-b)) \end{cases}$$

entonces, para que estos tres puntos estén alineados, ha de ocurrir que:

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ (s-b)(s-c) & (s-a)(s-c) & (s-a)(s-b) \end{vmatrix} = 4(a-b)(b-c)(c-a) \Rightarrow \begin{cases} b = a \\ \text{ó} \\ b = c \\ \text{ó} \\ c = a \end{cases}$$

por lo que el lugar geométrico pedido está formado por la unión de la circunferencia con centro en el punto C y radio BC , la recta mediatriz del segmento BC y la circunferencia con centro en el punto B y radio BC .



Miguel-Ángel Pérez García-Ortega