

Problema 1004.

Punto de Exeter.

Sea ABC un triángulo cualquiera dado. Trácese las medianas a través de los vértices A , B y C ; conocida la circunferencia circunscrita del triángulo ABC , se obtienen sus intersecciones A' , B' y C' con las medianas. Se construye el triángulo DEF , formado por las tangentes en A , B , y C a la circunferencia anterior (siendo D el vértice opuesto al lado formado por la tangente en el vértice A ; E el vértice opuesto al lado formado por la tangente en el vértice B ; y F el vértice opuesto al lado formado por la tangente en el vértice C). Las líneas a través de DA' , EB' y FC' son concurrentes, y su punto de intersección es el *punto de Exeter* del triángulo ABC .

De Leon, M. y Timón, A. (2017): La engañosa sencillez de los triángulos. [Catarata](#). Colección Miradas Matemáticas, [ICMAT](#), [FESPM](#). (pag.28).

Solución propuesta por Antonio Casas Pérez

Elijamos un punto cualquiera P y lo unimos con los vértices A, B, C del triángulo dado. En el problema planteado, P es el centroide de ABC y al final se llega al punto de Exeter, pero la concurrencia se da independientemente del punto P elegido y se llega a una generalización del punto de Exeter.

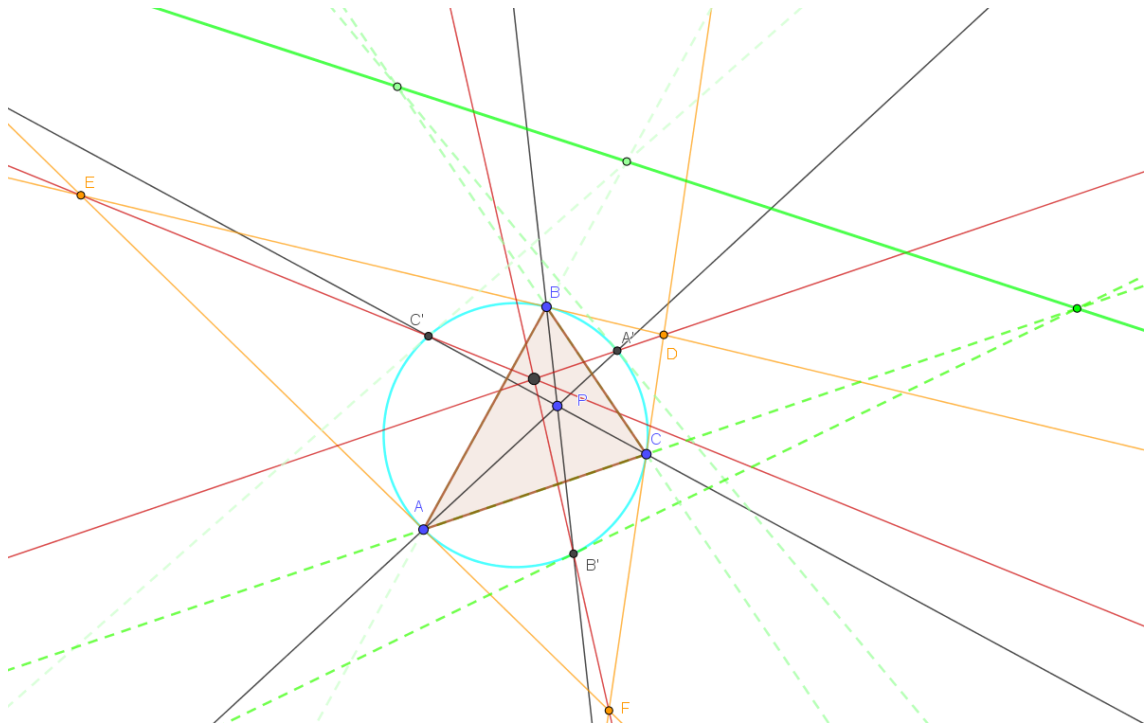
Uniendo A, B, C con P tenemos las rectas que generan con la circunferencia de ABC los puntos A', B', C' .

La polar del punto E respecto a la circunferencia circunscrita d es la recta AB .

La polar de C' es la tangente en C'

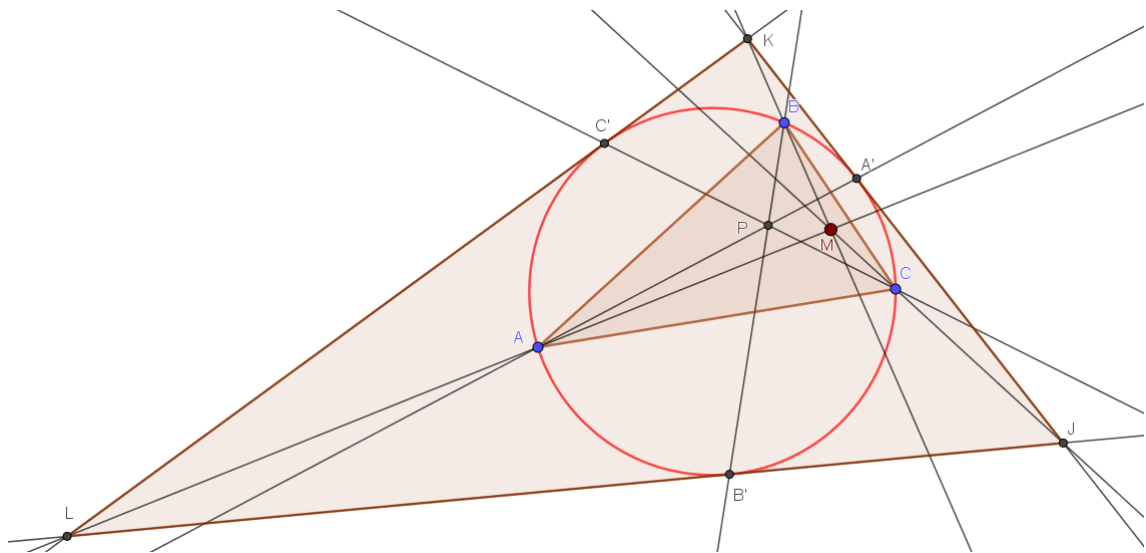
El punto de corte de ambas está en la polar del posible punto de concurrencia de EC', DA', FB' .

Las rectas EC', DA', FB' son concurrentes si y sólo si los tres puntos de corte de las tangentes en A', B', C' con los respectivos lados del triángulo, están alineados.



Ahora utilizamos el siguiente resultado:

Sea ABC un triángulo y d su circunferencia circunscrita. Elegido cualquier punto P , sean A', B', C' los puntos de d perspectivas de A, B, C respecto a P y sea JKL el triángulo que forman las tangentes a d en A', B', C' . Entonces ABC y JKL son perspectivas respecto a un determinado punto M .



Los lado homólogos de los triángulos ABC y JKL se cortan pues en puntos alineados y el resultado original queda probado.