P953

Dado un triángulo ABC, se considera un cuarto punto D que no está situado sobre ninguna de las tres rectas que contienen a dicho triángulo, de forma que los cuatro puntos determinan un cuadrilátero.

Determinar el número de parábolas que circunscriben a dicho cuadrilátero en los siguientes casos:

A) Es un cuadrilátero cóncavo.

B) Es un cuadrilátero convexo que no es un trapecio ni un paralelogramo.

C) Es un trapecio.

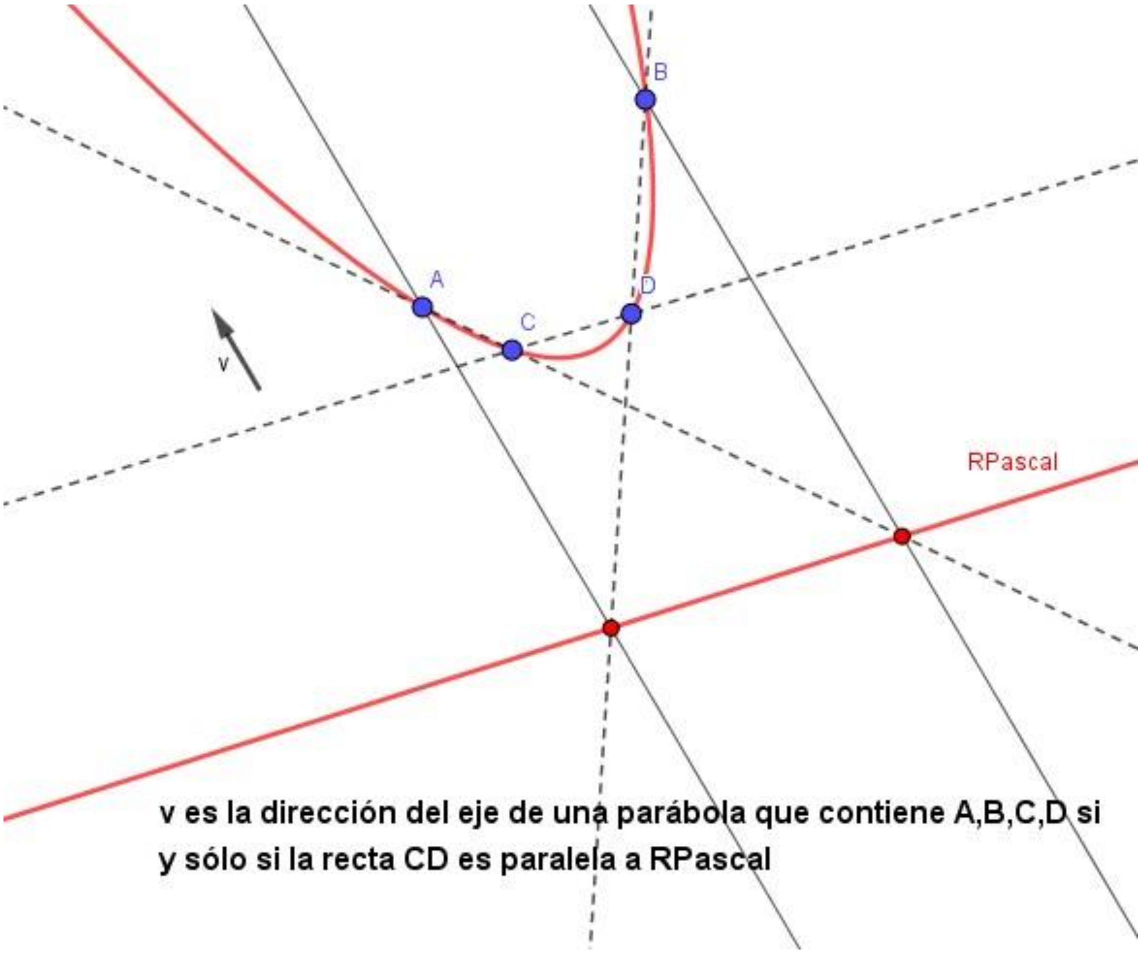
D) Es un paralelogramo.

Martínez, A.R. y Pérez, M. A. (2020): Comunicación personal.

Solución propuesta por Antonio Casas Pérez, profesor jubilado del Departamento de Matemática Aplicada al Urbanismo, a la Edificación y al Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Madrid.

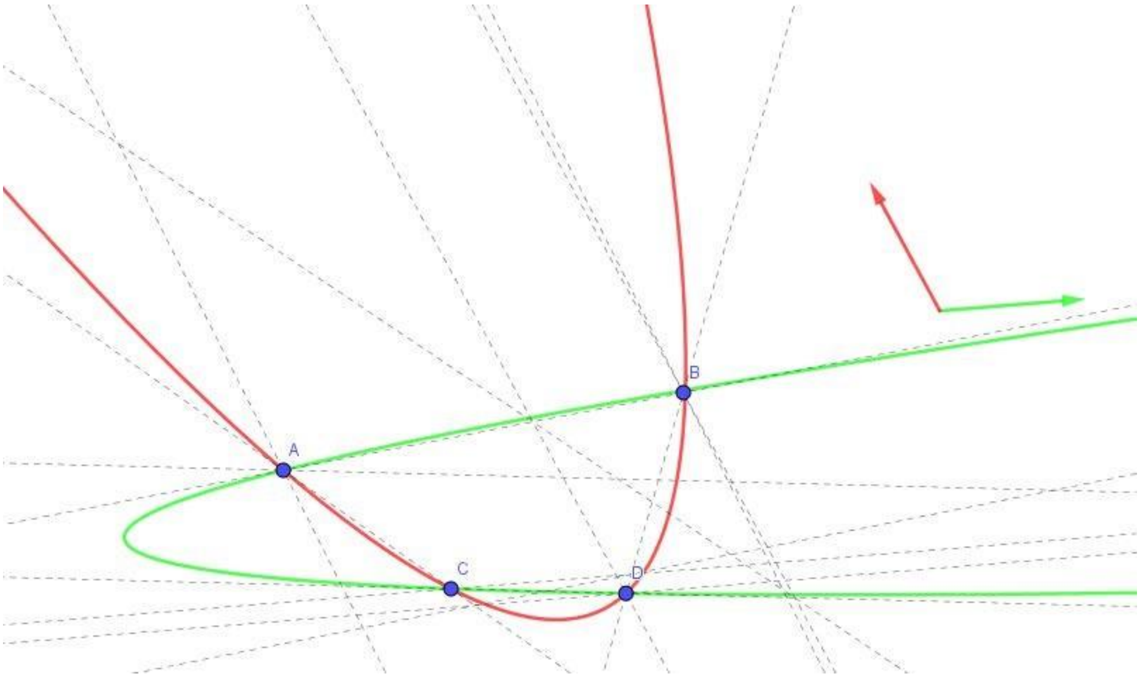
Si el cuadrilátero es cóncavo, es porque uno de sus vértices está dentro del triángulo que forman los otros tres. Es pues claro que no existe ninguna parábola que contenga los cuatro puntos.

Si una parábola contiene los cuatro puntos A,B,C,D, podemos considerar el hexágono de lados $\underline{AC}$, $\underline{CD}$, DB , $\underline{B\text{punto del infinito eje de la parábola}}$, $\underline{\text{recta del infinito}}$, $\underline{\text{punto del infinito eje de la parábola}A}$ y por el teorema de Pascal, sus lados opuestos de cortarán en tres puntos alineados. Así, el eje de la parábola debe ser tal que la recta de Pascal de tal hexágono debe ser paralela a CD. Esto determina la dirección del eje.



Conocida la dirección del eje, construimos la parábola cuyo eje tiene esa dirección y pasa por los puntos A,B,C https://amontes.webs.ull.es/geogebra/master/conicas.html (Problemas 78 y 79). Esta pasará también por D.

Podemos repetir la construcción con la recta de Pascal paralela a AB y obtendremos otra parábola salvo en el caso en que AB y CD sean paralelas.


A
B
C
D