TRIÁNGULOS CABRI

Problema 962. (propuesto por César Beade Franco) ¿ Es posible construir un cuadrilátero convexo tal que sus diagonales lo dividan en cuatro triángulos de áreas en la proporción 1, 2, 3 y 4 ?.

Solución:

Si llamamos Q al punto de intersección del cuadrilátero $ABCD$, entonces:

① Como los triángulos QAB y QBC tienen la misma altura, resulta que:

$$\frac{(QAB)}{(QBC)} = \frac{QA}{QC}$$

② Como los triángulos QDA y QCD tienen la misma altura, resulta que:

$$\frac{(QDA)}{(QCD)} = \frac{QA}{QC}$$

por lo que lo que los cuatro triángulos en los que queda dividido este cuadrilátero por sus diagonales verifican la siguiente igualdad:

$$\frac{(QAB)}{(QBC)} = \frac{(QDA)}{(QCD)}$$

que es imposible de conseguir con las proporciones dadas. Por tanto, es imposible construir un cuadrilátero convexo tal que sus diagonales lo dividan en cuatro triángulos de áreas en la proporción 1, 2, 3 y 4.

Miguel-Ángel Pérez García-Ortega