Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz

Problema 963.

Dado un triángulo heptagonal ABC con circunradio R, probar que:
$R^2 =(AB^2 + BC^2+ CA^2)/7$

. Pérez, M. A. (2020): Comunicación personal.

El triángulo heptagonal se ha tratado en esta revista en tres ocasiones:

Quincena del 16 al 31 de enero de 2009

Propuesto por Juan Bosco Romero Márquez, profesor colaborador de la Universidad de Valladolid

Problema 493 .- Un triángulo en un heptágono regular

Solución de José María Pedret. Ingeniero naval. (Esplugas de Llobregat, Barcelona), (16 de enero de 2009)

Solución de Ricard Peiró i Estruch Profesor de Matemáticas del IES "Abastos" (València) (18 de enero de 2009) (en valenciano)

Solución de Ricard Peiró i Estruch Profesor de Matemáticas del IES "Abastos" (Valencia) (18 de enero de 2009) (en español)

El profesor Ricard Peiró tiene tiene una página Web

Solución de Saturnino Campo Ruiz, profesor del IES Fray Luis de León, de Salamanca (20 de enero de 2009)

Solución de Vicente Vicario García, I.E.S. El SUR, Huelva (20 de enero de 2009)

Quincena del 1 al 15 de Marzo de 2020

Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz), a partir de un problema de Ercole Suppa publicado en Perú Geométrico con su permiso(Agradezco a Ercole su predisposición).

Problema 937.- Triángulo heptagonal

Pérez-García M. A. (2020): Comunicación personal.

Solución de Philippe Fondanaiche (2 de Marzo de 2020)

Solución de Florentino Damián Aranda Ballesteros, profesor de Matemáticas de Córdoba (2 de Marzo de 2020)

Solución de Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz). (3 de Marzo de 2020)

Solución de César Beade Franco, profesor de matemáticas jubilado de Cee (La Coruña)(3 de Marzo de 2020)

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca (9 de Marzo de 2020)

Solución del editor (10 de Marzo de 2020)

Solución de Juan José Isach Mayo, Profesor de Matemáticas (Jubilado) . Valencia (10 de Marzo de 2020).

Edición especial 16 de Marzo de 2020 a 30 de Abril de 2020

Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz), a partir de un problema de Ercole Suppa publicado en Perú Geométrico con su permiso(Agradezco a Ercole su predisposición)

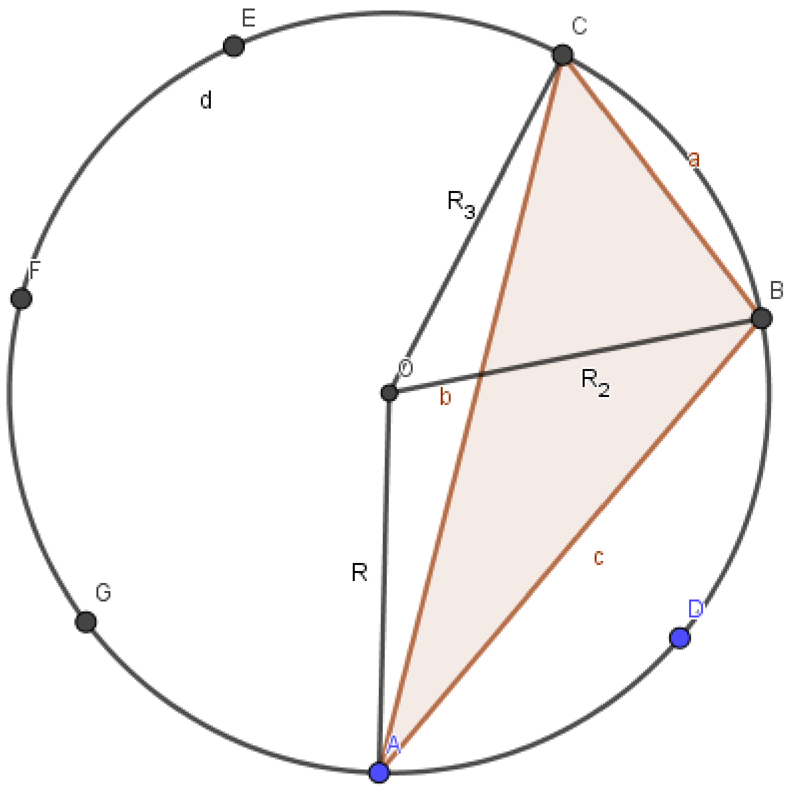
Problema 941.- Triángulo heptagonal

Solución de Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz). (23 de Marzo de 2020)

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca (24 de Abril de 2020)

En esta ocasión considero que la proposición que tiene en cuenta Miguel Angel Pérez Garcia-Ortega es muy hermosa:

$$R^2 =(AB^2 + BC^2+ CA^2)/7$$



Tenemos:

$\angle AOB=4\pi/7$ -> $AB^2=R^2+R^2-2RR\cos(4\pi/7)$

$\angle BOC=2\pi/7$ -> $BC^2=R^2+R^2-2RR\cos(2\pi/7)$

$\angle COA=6\pi/7$ -> $CA^2=R^2+R^2-2RR\cos(6\pi/7)$

Así, es

Que tenemos: $AB^2 + BC^2+ CA^2=6\ R^2 - 2\ R^2\ (\cos(4\pi/7)+ \cos(2\pi/7)+ \cos(6\pi/7))$

Tengamos en cuenta que $\cos(6\pi/7) = \cos(8\pi/7)$

Luego lo pedido se tiene si

$\cos(4\pi/7)+ \cos(2\pi/7)+ \cos(8\pi/7)= -1/2$

En Internet buscando he encontrado este video de Youtube de 14 Junio de 2020 que resuelve la igualdad:

https://youtu.be/27_NEpr1y5A

Al autor le he informado de esta referencia.

cos(4π/7)+ cos(2π/7)+ cos(8π/7)= $\frac{2\ sen\left(\frac{\pi}{7}\right)}{2\ sen\left(\frac{\pi}{7}\right)}\left(\cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)+\ \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)+\ \cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)\right)$

Es: $\frac{2sen\left(\frac{\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{4\pi}{7}\right)+2\ sen\left(\frac{\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)+2sen\left(\frac{\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{6\pi}{7}\right)}{2sen\left(\frac{\pi}{7}\right)}$

Teniendo en cuenta que

sen (α) + sen (β)= 2 sen ($\frac{\alpha+\beta}{2}$) cos ($\frac{\alpha-\beta}{2}$)

La expresión queda así:

$$\frac{\left(sen\ \left(\frac{5\pi}{7}\right)+\ sen\ \left(\frac{-3\pi}{7}\right)\right)+\left(sen\ \left(\frac{3\pi}{7}\right)+\ sen\ \left(\frac{-\pi}{7}\right)\right)+\left(sen\ \left(\frac{7\pi}{7}\right)+\ sen\ \left(\frac{-5\pi}{7}\right)\right)}{2sen\left(\frac{\pi}{7}\right)}$$

Quedando al reducir :

cos(4π/7)+ cos(2π/7)+ cos(8π/7)= -1/2

Y así se obtiene lo pedido.