Pr. Cabri 967

Enunciado

Dado un segmento AB, se considera una recta l que pasa por el punto A y forma un ángulo de 30º con la recta AB. Si tomamos un punto P (distinto de A) sobre dicha recta y un punto Q tal que el punto B es el punto medio del segmento PQ, determinar el lugar geométrico que describe el centro de la circunferencia de Euler del triángulo APQ cuando el punto P recorre la recta l.

Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega

Solución

de César Beade Franco

Sean A(0,0) y B(1,0) fijos y m=tg(30º)=$\frac{1}{\sqrt{3}}$. P(p,mp) está situado sobre la recta r:y =mx, es decir, ∠a=∠BAP tiene tangente m. Q es el simétrico de P respecto a B y tiene coordenadas Q(2-p,-mp), es decir está situado sobre la recta s:y=mx+2m, paralela a la anterior.

Calculamos el centro de la circunferencia de Euler: F($\frac{1}{6}\left(3+3c-2c^2\right)$, $\frac{3-5c+2c^2}{2\sqrt{3}}$), ecuación paramétrica del lugar pedido.

Eliminando c obtenemos su ecuación implícita,

F(x,y): $3x^2+x\left(-5+2\sqrt{3}\,y\right)-\left(-2+\sqrt{3}\,y-y^2\right)$=0.

Resulta ser una parábola con directriz paralela a AC y foco ($\frac{5}{8}$, 0) sobre AB.