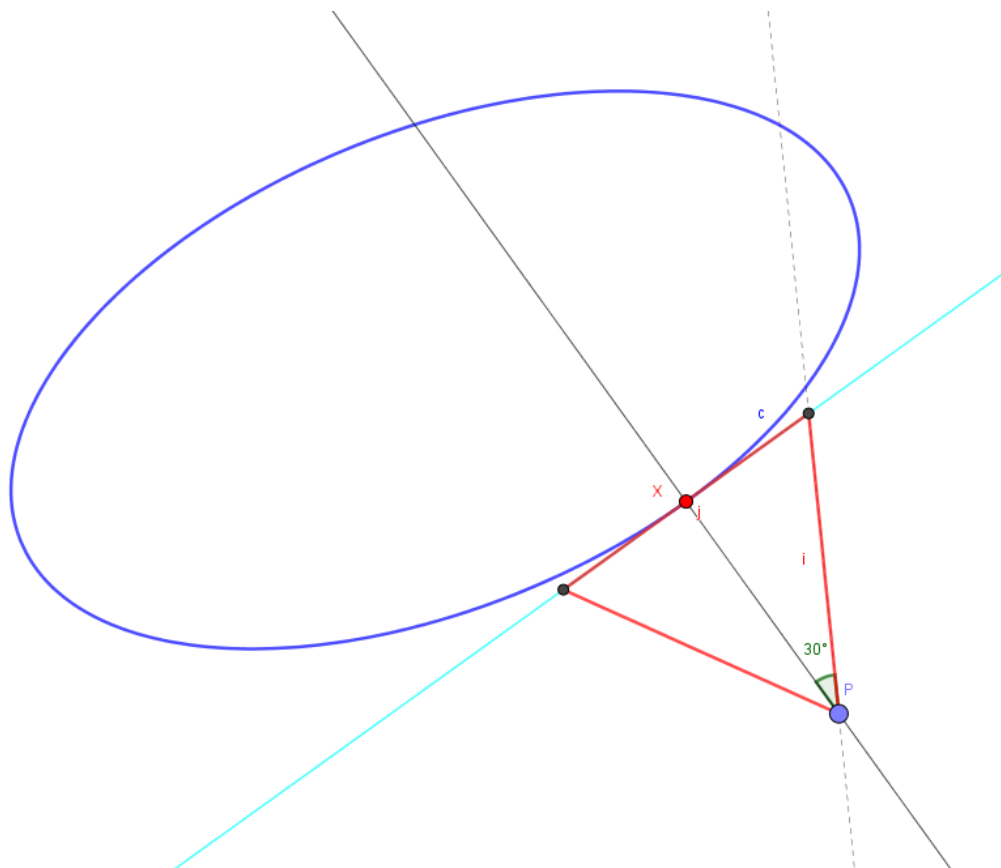


Propuesto por Antonio Casas Pérez, profesor jubilado del Departamento de Matemática Aplicada al Urbanismo, a la Edificación y al Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Madrid

Problema 971

Sea c una cónica y P un punto no perteneciente a ella. Probar que el punto X de c de forma que la tangente en él, determine con P un triángulo equilátero donde la recta PX pase por su centro es el punto que determina en c la normal trazada desde P . Construir X a partir de P y c .



Solución (Propuesta por Antonio Casas)

Es claro que el punto X sería el punto intersección de la cónica con la recta normal a c que pasa por P . Así la obtención de X se podría hacer resolviendo un problema de máximos y mínimos condicionados y aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange. Por otra parte, programas como Geogebra incluyen en su repertorio estándar la obtención de distancia mínima de un punto a una cónica, pero quiero dar un método que utilice exclusivamente procedimientos geométricos.

Dada la cónica c y el punto P , tracemos una recta r que pasa por P y alguno de los puntos de c . Consideremos todas las circunferencias de centro P y los pares de puntos que estas determinan al intersectarse con c . Los puntos medios de estos pares, describen otra cónica d pues el lugar responde a una ecuación de segundo grado.

Dibujamos la cónica **d** eligiendo 5 puntos cualesquiera de **r**. El punto **X** es la intersección de las cónicas **c** y **d**. (Obsérvese que la cónica **d** pasa también por **P**)

