

P975

Propuesto por M.A.Pérez

Dado un segmento BC, se consideran dos puntos D y E interiores a él y tales que

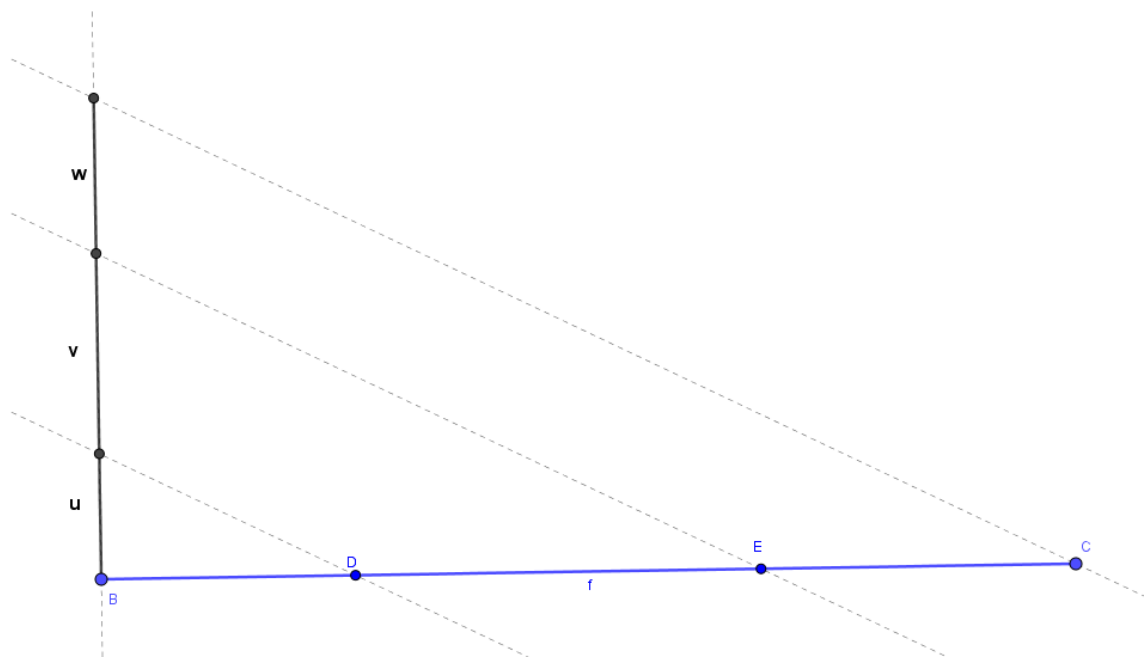
$$BD : DE : EC = u : v : w \ (u,v,w>0)$$

Determinar el lugar geométrico que debe describir el punto A para que la circunferencia circunscrita al triángulo ADE corte a los segmentos AC y AB en puntos P y Q , respectivamante, tales que $BP=CQ$.

Pérez, M. A. (2020): Comunicación personal.

Solución (Propuesta por A.Casas)

Fijados u,v,w tenemos las proporciones necesarias para obtener D y E en el segmento BC.

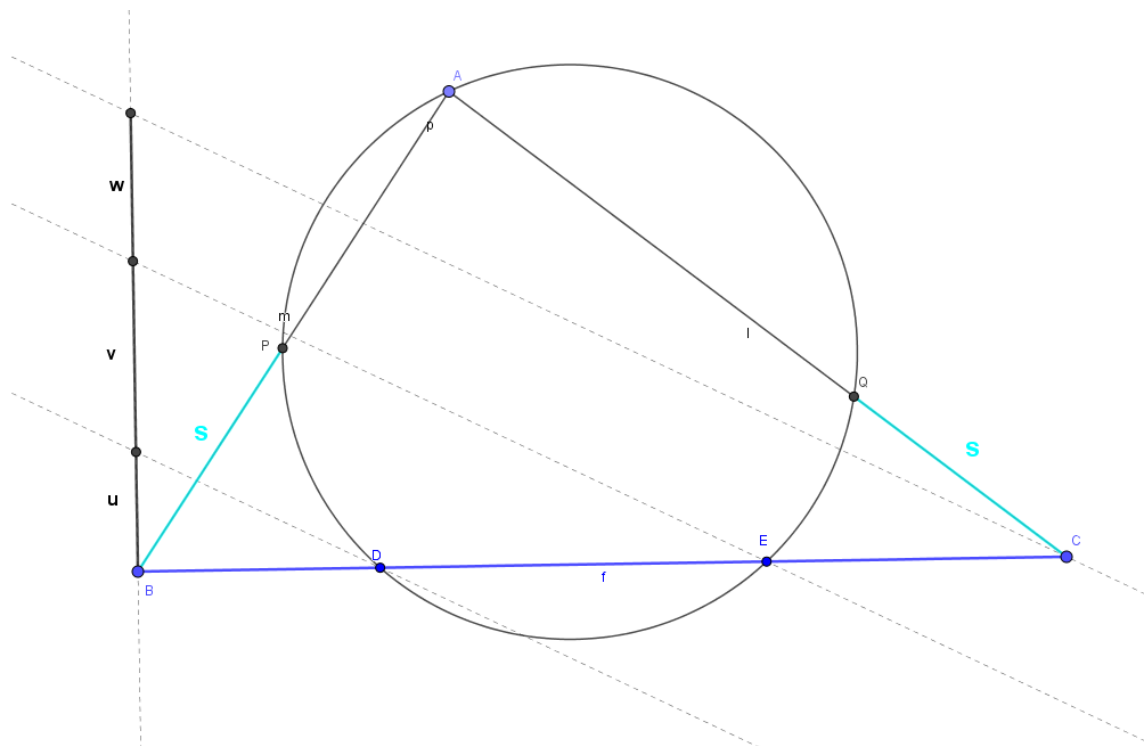


En particular observamos las razones $\frac{BD}{CD} = \frac{u}{v+w}$; $\frac{BE}{CE} = \frac{u+v}{w}$

El punto A es del lugar indicado si

$$BA \cdot s = \text{Potencia de B respecto círculo ABC}$$

$$CA \cdot s = \text{Potencia de C respecto círculo ABC}$$



Dividiendo

$$\frac{BA}{CA} = \frac{BD \cdot BE}{CE \cdot CD} = \frac{BD}{CD} \cdot \frac{BE}{CE} = \frac{u \cdot (u+v)}{w \cdot (v+w)}$$

El lugar de A es pues el conjunto de puntos cuyo cociente de distancias a B y C es la constante

$$a = \frac{u \cdot (u+v)}{w \cdot (v+w)}$$

Esto es, un círculo (si $a=1$ es la mediatriz del BC)

