

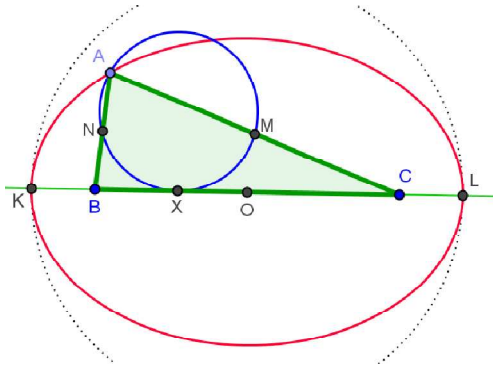
Quincena del 1 al 31 de Marzo de 2021.

Propuesto Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz).

Problema 979.- Dado un segmento BC , determinar el lugar geométrico que debe describir el punto A para que la circunferencia que pasa por el punto A , por el punto medio N del segmento AB y por el punto medio M del segmento AC sea tangente a la recta BC .

M. A. (2020): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



La potencia de B respecto de la circunferencia (AMN) es $\text{Pot}(B; (AMN)) = BA \cdot BN = \frac{c^2}{2}$, pero por otra parte es también igual a BX^2 . Por tanto si llamamos $x = BX$, tenemos $x^2 = \frac{c^2}{2} \Rightarrow x = \frac{c}{\sqrt{2}}$. (1)

Igualmente la potencia de C respecto de esa misma circunferencia es

$$CA \cdot CM = \frac{b^2}{2} = CX^2 = (a - x)^2, a - x = \frac{b}{\sqrt{2}}. \quad (2)$$

Sumando (1) y (2) resulta $a = \frac{b+c}{\sqrt{2}}$.

Esto es, fijado $BC = a$, el vértice A debe ser tal que la suma de sus distancias a B y a C sea igual a $\sqrt{2} a$, o sea, una elipse con focos en los extremos y eje focal igual $\sqrt{2} a$. ■