

Quincena del 1 al 31 de Marzo de 2021.

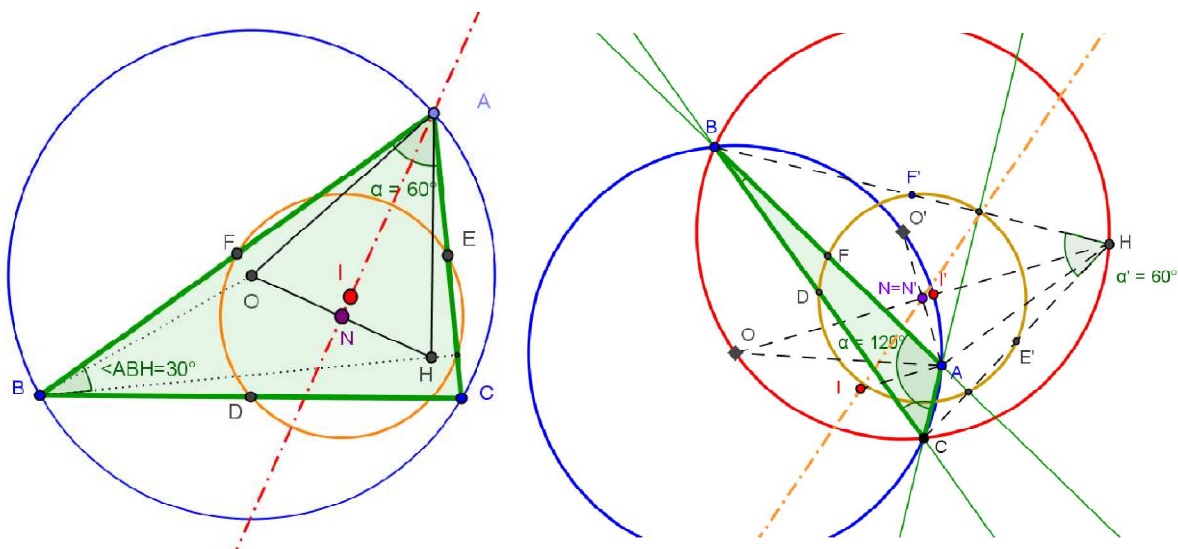
Propuesto Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz).

Problema 980

- 1) Dado un segmento BC , determinar el lugar geométrico que debe describir el punto A para que el vértice A , el incentro I y el centro N de la circunferencia de Euler del triángulo ABC estén alineados.
- 2) Dado un segmento BC , determinar el lugar geométrico que debe describir el punto A para que el vértice B , el incentro I y el centro N de la circunferencia de Euler del triángulo ABC estén alineados.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.

La condición necesaria y suficiente para el alineamiento de A, I y N es que el ángulo en A sea de 60° .



En efecto. Si están alineados esos puntos, como O y H son conjugados ortogonales la bisectriz de A también lo es del ángulo OAH y por tanto AN es bisectriz y mediana del triángulo OAH . Luego OAH es isósceles en A , o sea, $AH = OA = R$ (radio de la circunferencia circunscrita).

Por otra parte sabemos que $AH = 2R \cdot |\cos A|$, eso implica que el ángulo en A es de 60° o 120° .

Si el ángulo $A = 60^\circ$, el ángulo $ABH = 90 - A = 30^\circ$ y según el t. de los senos en el triángulo BHA resulta $AH = R$, lo cual lleva a que el triángulo OAH sea isósceles y por tanto AN es bisectriz y mediana.

Si el ángulo A es de 120° no se da la alineación con I y N como puede verse en la figura. El triángulo HBC tiene el ángulo H de 60° y según lo anterior el incentro I' y el centro N' de la circunferencia de Euler (que es el mismo que el del triángulo ABC) están alineados, pero I' no es I .

1) Si se fija BC , el vértice A está sobre el arco capaz de amplitud 60° .

2) Para que se dé la alineación de I y N con B , el ángulo en éste ha de ser de 60° , por tanto el vértice A se ha de mover sobre la semirrecta BX tal que $\angle CBA = 60^\circ$. ■