

Pr. Cabri 987

Enunciado

Dado un triángulo ABC y un punto P, se consideran el baricentro Q del triángulo BCP y los puntos Qa, Qb y Qc simétricos del punto Q con respecto a los puntos A, B y C, respectivamente.

Probar que:

- 1) $(QaQbQc) = 4(ABC)$
- 2) Los triángulos QaQbQc y ABC son semejantes, con razón de semejanza igual a 2.
- 3) El baricentro G del triángulo ABC, el baricentro Q del triángulo BCP y el baricentro T del triángulo QaQbQc están alineados y, además, el punto G es el punto medio del segmento TQ.

Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega.

Solución

de César Beade Franco

Podemos considerar Q un punto cualquiera del plano.

El cálculo de Qa, Qb y Qc, simétricos de Q respecto a A, B y C, equivale a aplicarle al triángulo ABC una homotecia de centro Q y razón 2. Los triángulos ABC y QaQbQc son semejantes con razón de semejanza 2 y razón entre áreas 4.

Si además Q es el baricentro de otro triángulo, como las homotecias conservan la condición de baricentro, tendremos 3 baricentros alineados y uno de ellos punto medio de los otros (razón 2).