Problema 990

a) Dados los puntos T (-1,-1), U (2-3), V(3,2) y dada la circunferencia de centro O(0,0) y radio 5, comprobar que hay dos triángulos inscritos en la circunferencia, A_1 B_1C_1 y , A_2 B_2C_2

tales que T es del lado B1C1,, U es del lado , A1C1, y V del lado , A1B1,
y que T es del lado B_2C_2,, U es del lado , A_2C_2, y V del lado , A_2B_2
Siendo aproximadamente por Geogebra, A1 (4.35, -2.46) , A2 (4.78, 1.47)

b)Dados los puntos T (-1,-1), U (2-3), V(3,2) y dada la circunferencia de centro O(0,0) y radio 6, comprobar que no hay ningún triángulo inscrito en la circunferencia, ABC tal que T es del lado BC,y , U es del lado , AC y V del lado AB.

c) Estudiar el caso siguiente : Dados los puntos T (-1,-1), U (2-3), V(3,2) buscar la circunferencia de centro O(0,0) y radio r, tal que haya un único triángulo inscrito a la circunferencia, A B C, tal que T es del lado BC,, U es del lado AC, y V del lado , AB.

Barroso; R. (2021): A partir de Palencia, J., González M. (Tratado Geométrico, Dibujo Técnico I, (1992) pag.440).

César Beade me hace notar que este problema fue propuesto por François Rideau, y Saturnino Campo Ruiz, Marzo de 2003 como 82 de esta revista. Agradezco la atención.

Hubo varias soluciones , de Saturnino Campo, de de Dorrie (1958) aportada por François Rideau, 7, y con la colaboración a través del foro Hyacinthos del profesor Ignacio Larrosa Castreño de Carrega (lamentablemante se ha perdido) y de Françoise Rideau y en el Extra de Noviembre de 2004 José María Pedret lo trató con un extenso trabajo.

Mantengo la propuesta del 990.

Antonio Casas me advierte del despiste de las coordenadas del apratdo a). Agradezco la observación.Las he actualizado y corregido

Solución propuesta por Antonio Casas Pérez

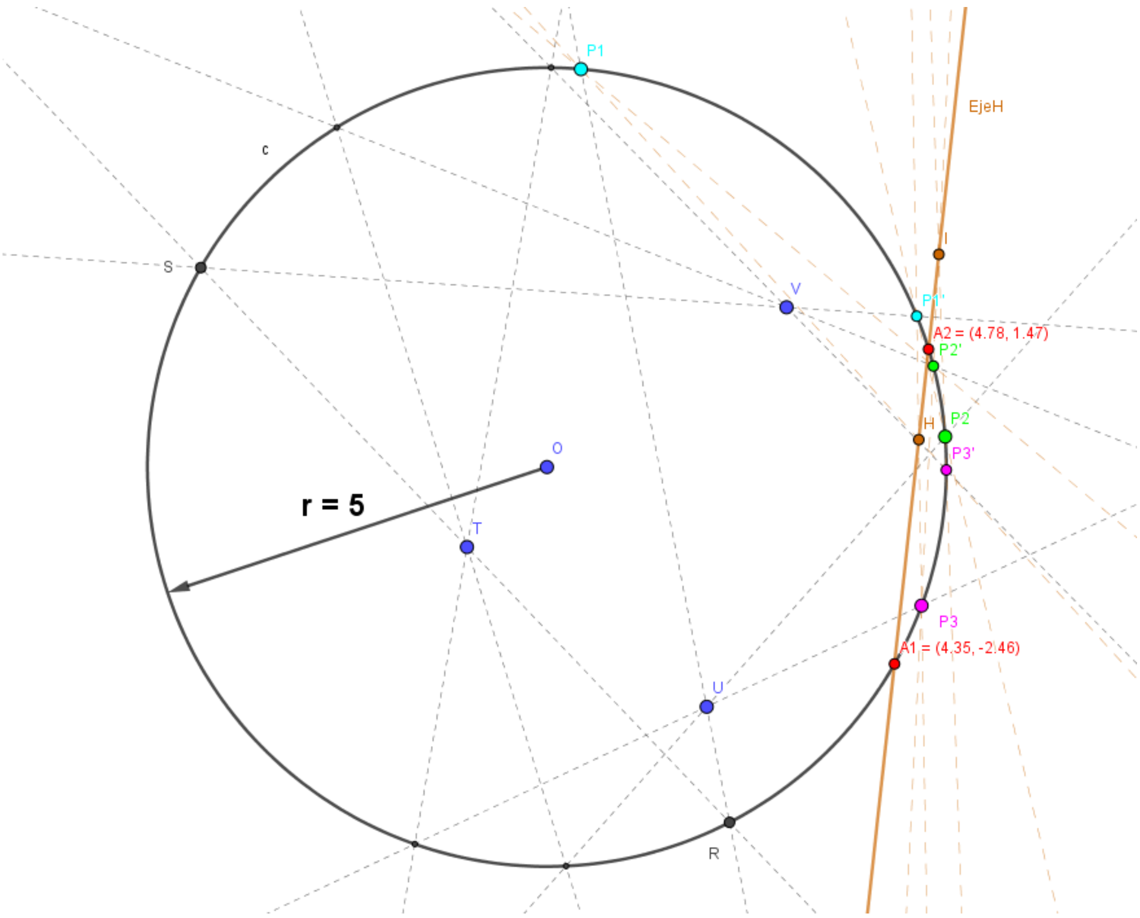
Utilizamos la solución proyectiva dada por el profesor Saturnino Campo al resolver el problema de Castillón en **P982**.

Tenemos los puntos **U,V,T** y una circunferencia **c.** Elegimos un punto **P1** en la circunferencia y lo unimos con **U**. Llamemos **R** al punto intersección de la recta **P1U** con **c.** Unimos **R** con **T**, obtenemos **S**. Unimos **S** con **V** y obtenemos **P1**’.

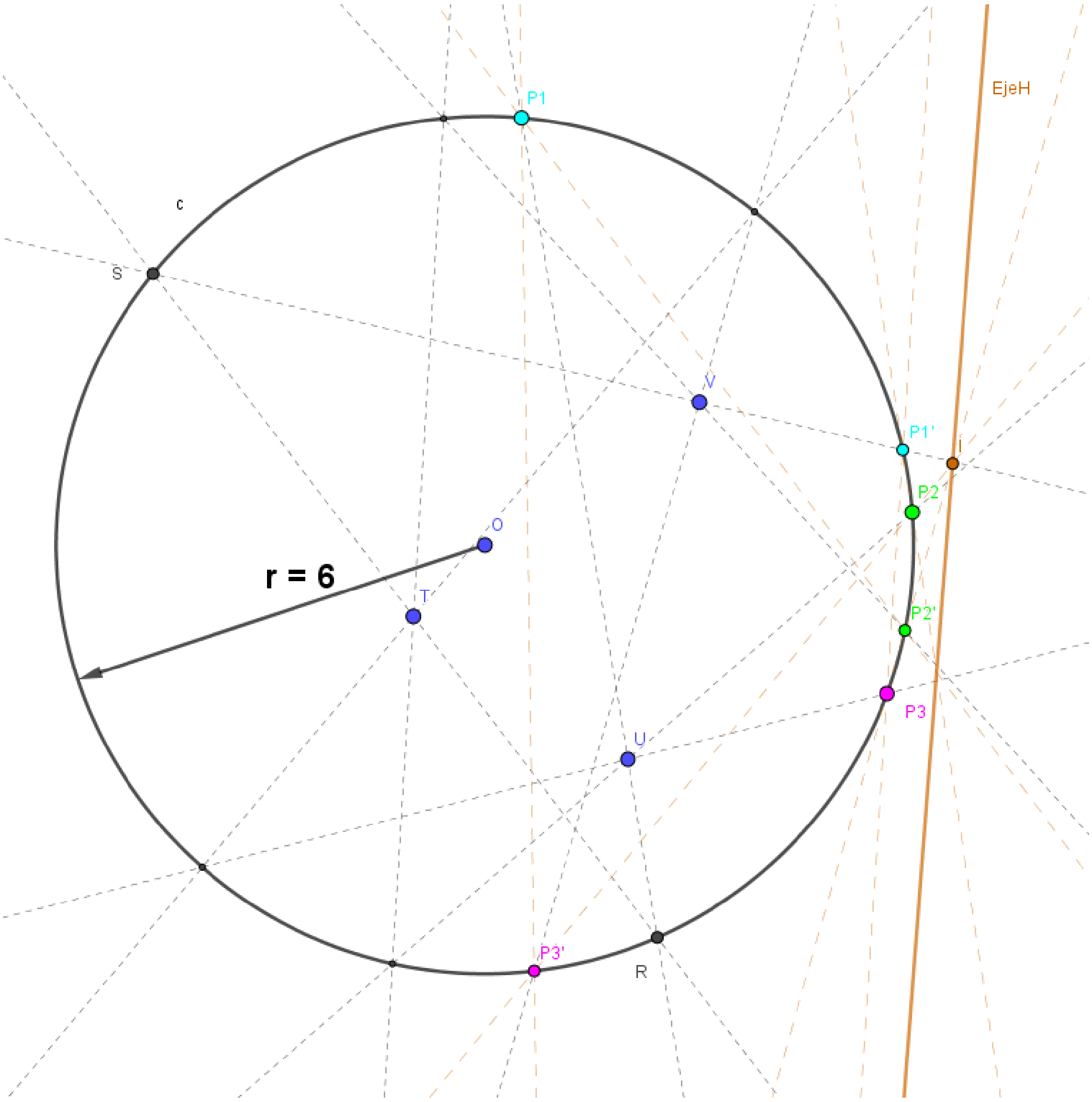
Elegimos dos puntos más en **c, P2 y P3** y obtenemos **P2’** y **P3’** de forma análoga.

La asociación **P1,P1’** ; **P2,P2’** ; **P3,P3’** define una homografía sobre **c** cuyo eje obtenemos con los puntos intersección **P1P2’** ∩ **P2P1’**, **P1P3’** ∩**P3P1’** (observar que cuando un punto coincida con la imagen de otro, por ejemplo **P1’=P2**, la recta **P1’P2** será la tangente a **c** en **P2**). La intersección de **c** con tal eje son los puntos dobles de esta homografía y por tanto el punto **A** del triángulo **ABC** buscado.

En el primer caso, el eje es la recta **0.99x-0.11y = 4.55** cuya intersección con **c** da los puntos **A1=(4.35,-2.46), A2=(4.78,1.47)**.



Repitiendo la construcción con la circunferencia de radio **6** centrada en el origen, observamos que **EjeH** y **c** son disjuntos por lo que el problema de Castillón no tiene solución en este caso.



La solución del problema de Castillón será única cuando EjeH y c sean tangentes, lo que ocurre con el radio 5.5303 que genera el punto A = (5.5066, -0.5112)