

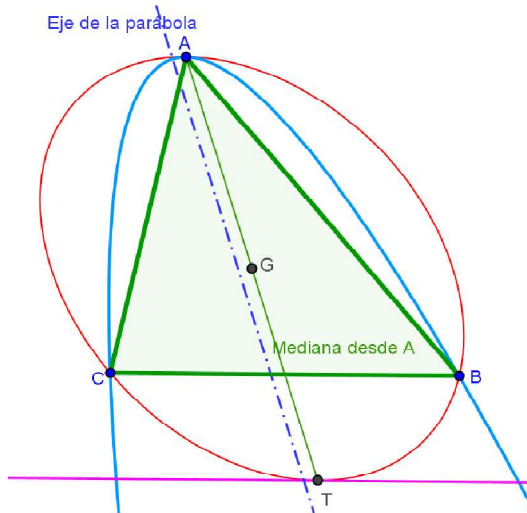
Edición del 1 de Septiembre al 30 de Septiembre de 2021 (adelantada al 24 de Agosto)

Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega, profesor de Matemáticas en el IES "Bartolomé-José Gallardo" de Campanario (Badajoz)

Problema 1011.- Dado un triángulo ABC , se considera el segundo punto T de intersección entre su circunelipse de Steiner y la mediana correspondiente al vértice A . Determinar y representar gráficamente el lugar geométrico que describe un punto P tal que su conjugado isotómico P^* está situado sobre la recta tangente a la circunelipse de Steiner del triángulo ABC en el punto T .

Pérez M. A. (2021): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



La circunelipse de Steiner tiene ecuación $xy + yz + zx = 0$ en coordenadas baricéntricas relativas al triángulo ABC . La mediana de A tiene ecuación, en esas mismas coordenadas $y = z$, y corta a la circunelipse en los puntos A y $A' = (-1: 2: 2)$; la tangente en A' es la polar en ese punto, la recta $4x + y + z = 0$ (que pasa también por el punto $(-1: 3: 1)$, esto sirve para dibujarla). Sustituyendo x, y, z por sus inversos tendremos la ecuación del lugar geométrico que necesitamos hallar. Se trata otra vez de una cónica, de ecuación $\frac{4}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$, o de forma equivalente $4yz + zx + xy = 0$.

Para los puntos del infinito se toma $z = -x - y$ y se obtiene $(x + 2y)^2 = 0$, o sea, tiene un punto en el infinito el $U(-2, 1, 1)$. Se trata de una parábola y como ese punto está en la mediana desde A ($y = z$), su eje es paralelo a esta mediana.

Se comprueba fácilmente que esta parábola circunscribe al triángulo y también pasa por los puntos U y $V(-3: 3: 1)$, que son suficientes para poder dibujarla. ■