Edición del 16 al 30 de Noviembre de 2021

***Problema* 1025**

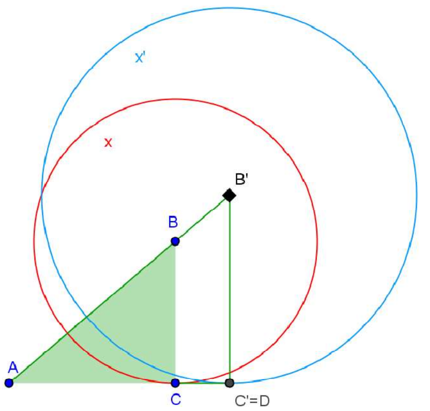
Dado un triángulo ABC, sea B' un punto del lado AB distinto de A y de B, C' el punto de intersección con AC de la paralela por B' a BC, x la circunferencia de centro B que pasa por C, x' la circunferencia de centro B' que pasa por C' y D el otro punto de intersección de x' con la recta AC. Siendo t la tangente a x en C y t' la tangente a x' en D, demostrar que:

1) *t y t' son rectas secantes (se cortan)*

2) *Si T es el punto de intersección de t y t', entonces el triángulo CTD es isósceles.*

Thales, Revista de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas (6), 1986.

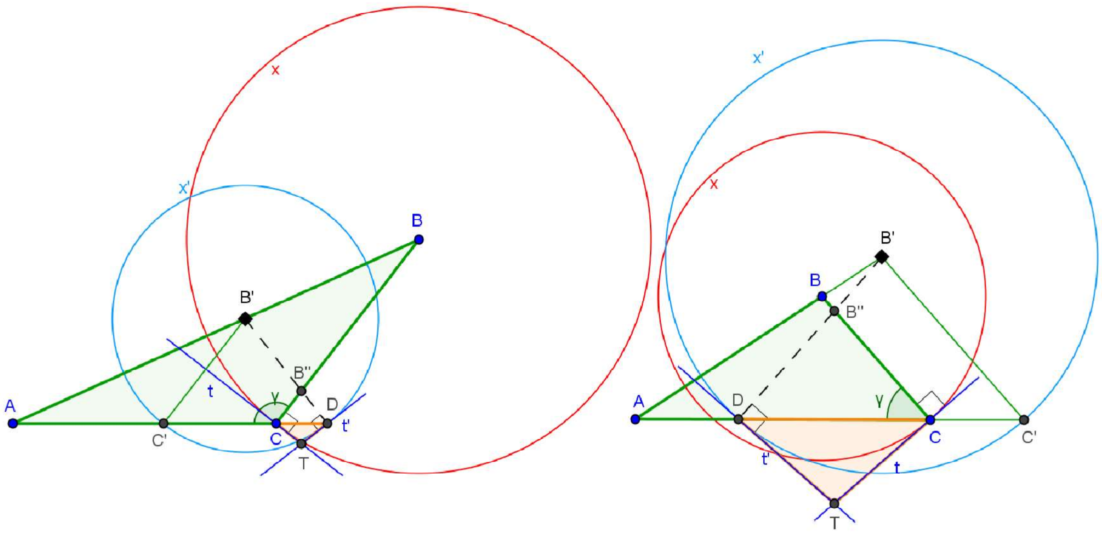
Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



1) Las tangentes podrán ser paralelas únicamente cuando lo sean los correspondientes radios en los puntos de tangencia: BC y $B'D$; pero como BC es paralelo a $B'C'$, necesariamente para ello ha de ser $C' = D$ y AC es la tangente t' de x' en D. De ahí se concluye que el ángulo en C es recto y AC es tangente común a estas circunferencias, y por tanto t y t' son coincidentes (secantes).

2) Sea B'' el punto de corte de las rectas $B'D$ y BC. Los triángulos semejantes $\Delta B'DC'$ y $\Delta B''DC$ son isósceles. Por tanto los complementarios de los ángulos iguales de $\Delta B''DC$, también lo son, es decir, el triángulo ΔCTD es isósceles.

Ahora vamos a calcular el ángulo entre las dos tangentes.



Caso $\gamma > 90°$

En el triángulo ΔCTD se tiene $\measuredangle DCT = \gamma - 90$, luego el ángulo entre las rectas t y t' es $\theta = \measuredangle CTD = 180 - 2(\gamma - 90) = 2(180 - \gamma)$.

Caso $\gamma < 90°$

En el triángulo ΔCTD se tiene $\measuredangle DCT = 90 - \gamma$, luego el ángulo entre las rectas t y t' es $\theta = \measuredangle CTD = 180 - 2(90 - \gamma) = 2\gamma$.

En ambos casos, como γ es un ángulo de un triángulo, el ángulo entre las tangentes t y t' sólo podrá ser nulo o llano si $\gamma = 90°$. ■