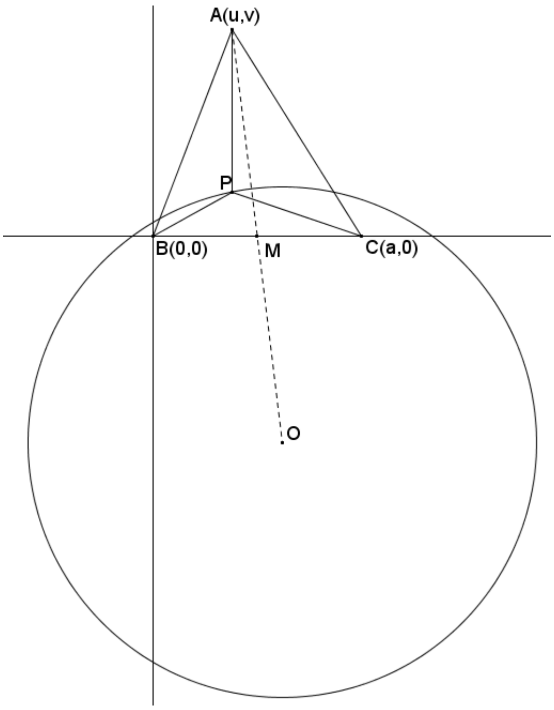
Problema n° 1037
Dado un triángulo ABC acutángulo en A, determinar el lugar geométrico que describe un punto P tal que:
$PA^2 = PB^2 + PC^2$
Pérez, M. A. (2022): Comunicación personal.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche



Dans un repère orthonormé Oxy, les coordonnées des sommets d'un triangle ABC sont définies par A(u,v), B(0,0) et C(a,0).
On a BC = a,AB = $\sqrt{u^2+v^2}$,AC = $\sqrt{(a-u)^2+v^2}$.
Le triangle ABC étant par hypothèse acutangle, on a les conditions suivantes sur a,u et v ::
$\angle ABC < 90°$ ➔ u et v >0,
$\angle BAc < 90°$ ➔ $AB^2 + AC^2 > BC^2$ ➔ $(u^2 + v^2) + ((a - u)^2 + v^2 > a^2$ ➔ $u^2 + v^2 > au$ ➔ $a < u + v^2/u$,
$\angle ACB < 90°$ ➔ u < a.
Soit P un point courant du plan xOy de coordonnées x,y.
La relation $PA^2 = PB^2 + PC^2$ s'écrit alors $(x - u)^2 + (y - v)^2 = x^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2$.
D'où l'équation du lieu de P $x^2 + y^2 - 2(a - u)x + 2vy + a^2 - u^2 - v^2 = 0$ qui est celle d'un **cercle dont le centre O de coordonnées (a − u, − v) est le symétrique de A par rapport au milieu M de BC et qui a pour rayon r =** $\sqrt{2(u^2+v^2-au)} > 0$.