

*Les Occidentaux, muré dans leur paranoïa,
qui dérivent moralement, religieusement et politiquement,
en auront pour leur bassesse et leur insolvabilité.*

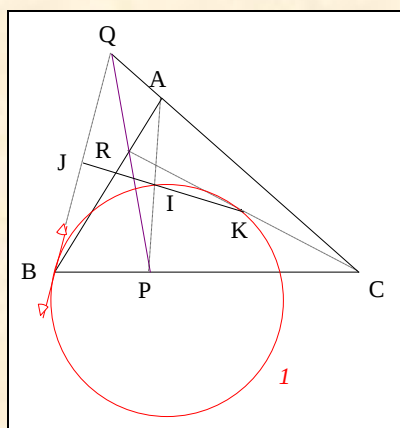
[illegible]

Abstract. The author presents two twin circles.
The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved synthetically.

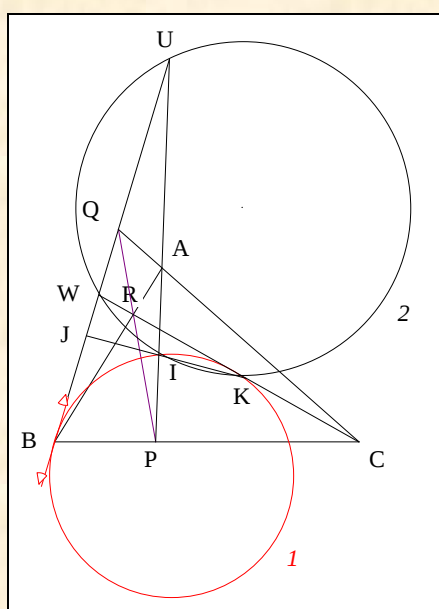
1

Sommaire		
A. Récapitulation		3
B. Le problème		4
	l est tangent à (BQ)	
$\leftrightarrow$	le quadrilatère UWIK est cyclique	
$\leftrightarrow$	O est l'orthocentre de VBQ	
$\leftrightarrow$	le quadrilatère ARPC est cyclique	
C. Lexique Français-Anglais		10

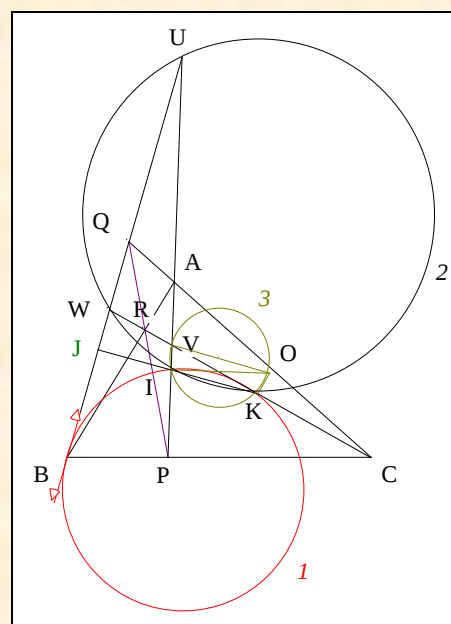
A. RÉCAPITULATION



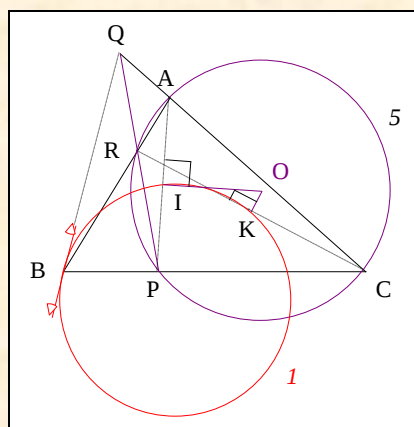
1 est tangent à (BQ)



$\leftrightarrow$ UWIK est cyclique



$\leftrightarrow$ O est l'orthocentre de VBQ



$\leftrightarrow$ ARPC est cyclique

B. LE PROBLEME ²

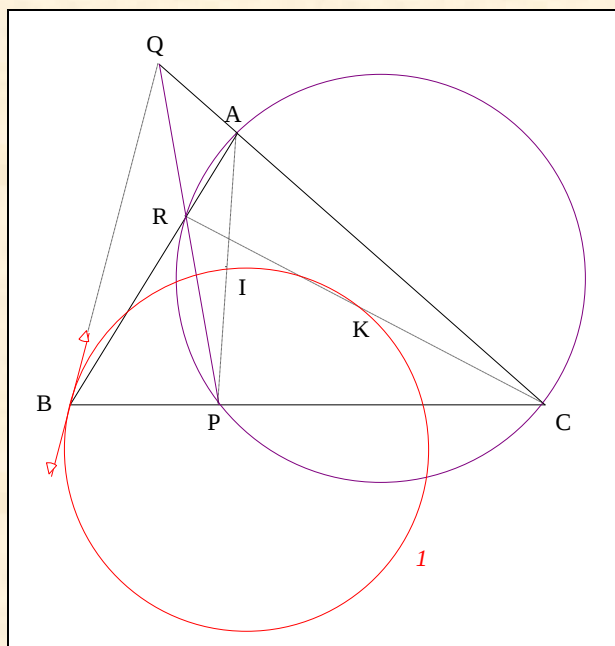
Sur une idée

De

Bonaventure Sofoton

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
 (PQR) une ménélienne comme indiquée sur la figure,
 I, J les milieux de [AP], [CR]
 et 1 le cercle circonscrit au triangle BIK.

Donné : 1 est tangent à (BQ) $\leftrightarrow$ ³ le quadrilatère ARPC est cyclique.

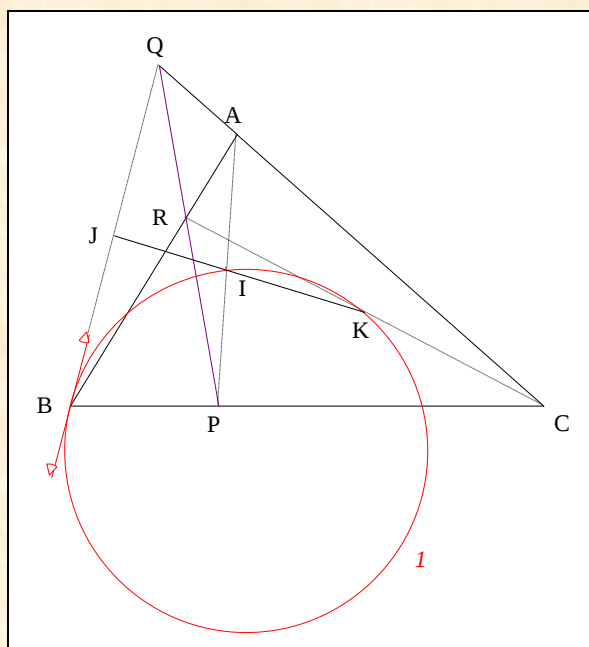
Commentaire : raisonnons par équivalence logique.

² Ayme J.-L., A curios isosceles triangle, AoPS dy 09/03/2022 ;
https://artofproblemsolving.com/community/c6h2797644_a_curios_isosceles_triangle
³ si, et seulement si

VISUALISATION

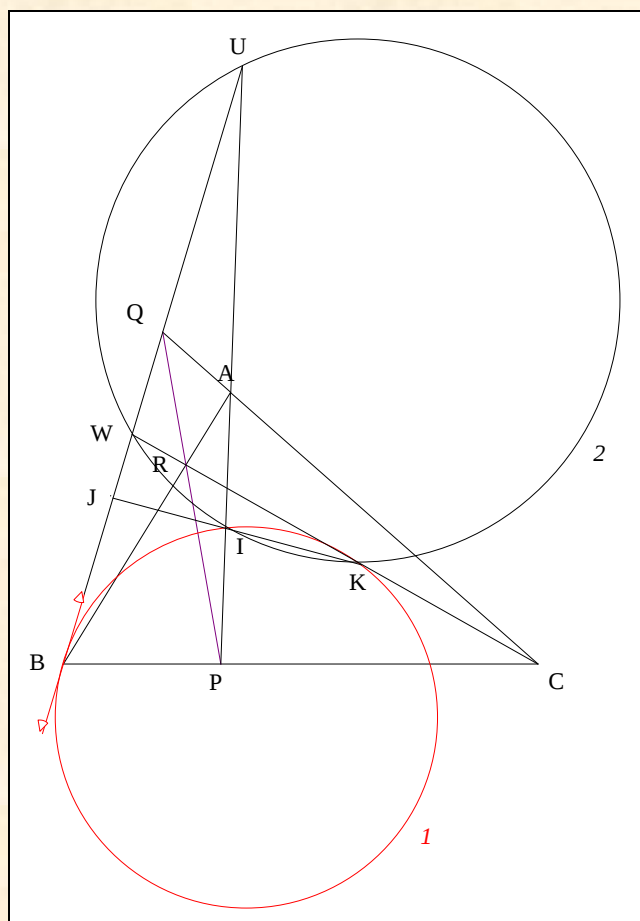
NÉCESSAIRE ET SUFFISANTE

l est tangent à (BQ)



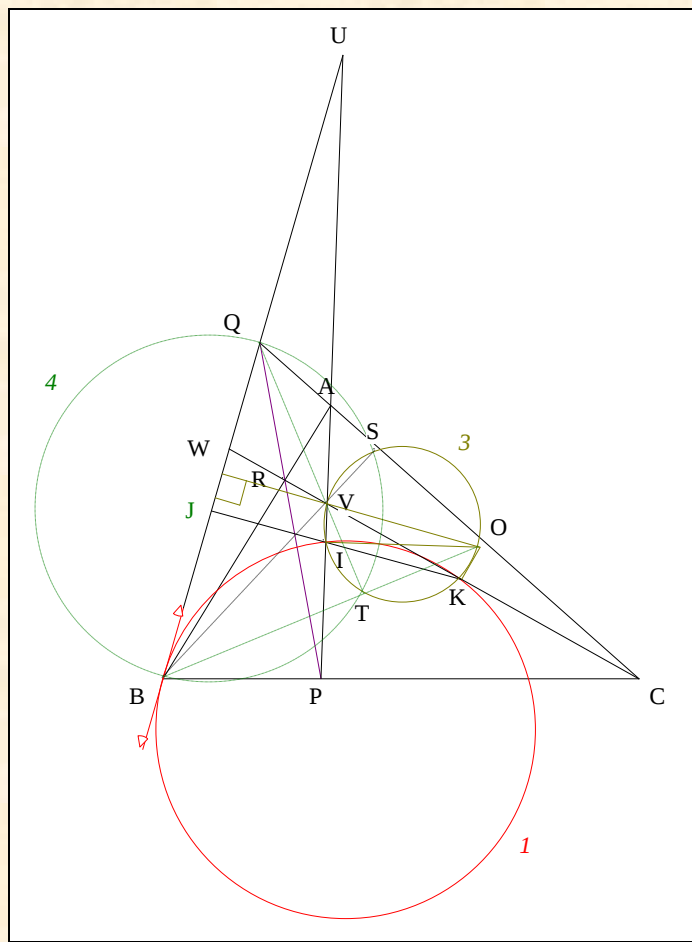
- Notons J le milieu de $[BQ]$.
- **Scolie :** (IJK) est la droite de Newton ⁴ du delta déterminé par ABC et la ménélienne (PQR) .
- D'après Jakob Steiner "Puissance d'un point par rapport à un cercle" ⁵, $JI.JK = JB^2$.

4 Newton I., proposition **XXV**, cor. **3**, proposition **XXVII**, *Principes* vol. **1** (1687)
5 Steiner J., Einige geometrische Betrachtungen, *Journal de Crelle* **1** (1826) 161-184



- Notons U, W les points d'intersection de (BQ) avec $(AP), (CR)$.
- D'après Pappus d'Alexandrie "Diagonales d'un quadrilatère complet"⁶ appliqué au quadrilatère $ARPC$, le quaterne (B, Q, W, U) est harmonique.
- D'après Isaac Newton, J étant le milieu de $[BQ]$, $JB^2 = JW \cdot JU$.
- Par transitivité de $=$, $JL \cdot JK = JW \cdot JU$
- D'après Feuerbach-Steiner, U, W, I et K sont cocycliques.
- **Conclusion partielle :** l est tangente à $(BQ) \leftrightarrow$ le quadrilatère $UWIK$ est cyclique.
- Notons 2 ce cercle.

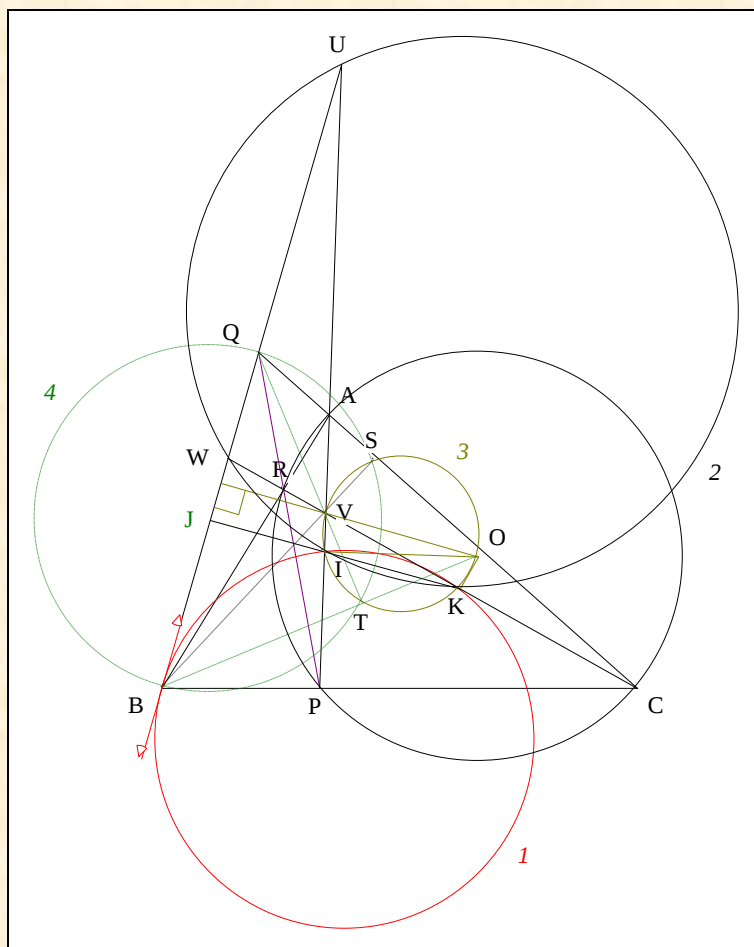
⁶ Pappus d'Alexandrie, *Collections*, Livre 7, proposition 131



- Notons V le point d'intersection de (AP) et (KW) ,
 et 3 le cercle circonscrit au triangle VIK
 O l'antipôle de V relativement à 3 .
- **Scolie :** VBQ est "le triangle diagonal du quadrilatère $ARPC$ ".
- Une chasse angulaire :
 - * par "Angles inscrits", $\angle VOI = \angle VKI$
 - * par une autre écriture, $\angle VKI = \angle WKI$
 - * par "Angles inscrits", $\angle WKI = \angle WUI$
 - * par transitivité de $=$, $\angle VOI = \angle WUI$.
 - * Par "Angles à côtés perpendiculaires", $(OV) \perp (UW)$.
- Notons 4 le cercle de diamètre $[BQ]$; il a pour centre J ;
 et S, T les points d'intersection de 4 et 3 .
- D'après Louis Gaultier de Tours ⁷, 4 étant orthogonal à 1
 et
 ayant son centre J sur l'axe radical (IK) de 1 et 3 ,
 4 est orthogonal à 3 .

⁷ Gaultier L. (de Tours), Les contacts des cercles, *Journal de l'École Polytechnique Cahier* **16** (1812) 124-214
 Altshiller-Court, N. Theorem **453**, *College Geometry*, Richmond (1936) 205

- D'après Nathan Altshiller-Court "Deux diamètres perpendiculaires" ⁸,
 - (1) B, T et O sont alignés
 - (2) Q, V et T sont alignés.
- D'après Thalès de Milet "Triangle inscrit dans un demi-cercle", (BTO) $\perp$ (QVT).
- D'après Archimède de Syracuse ⁹, O est l'orthocentre de VBQ.
- **Conclusion partielle** : le quadrilatère UWIK est cyclique $\leftrightarrow$ O est l'orthocentre de VBQ.



- D'après Henri Brocard "Une réciproque" ¹⁰, le quadrilatère ARPC est cyclique.
- **Conclusion partielle** : O est l'orthocentre de VBQ $\leftrightarrow$ le quadrilatère ARPC est cyclique.
- Notons 5 ce cercle.
- **Scolie** : O est le centre de 5.

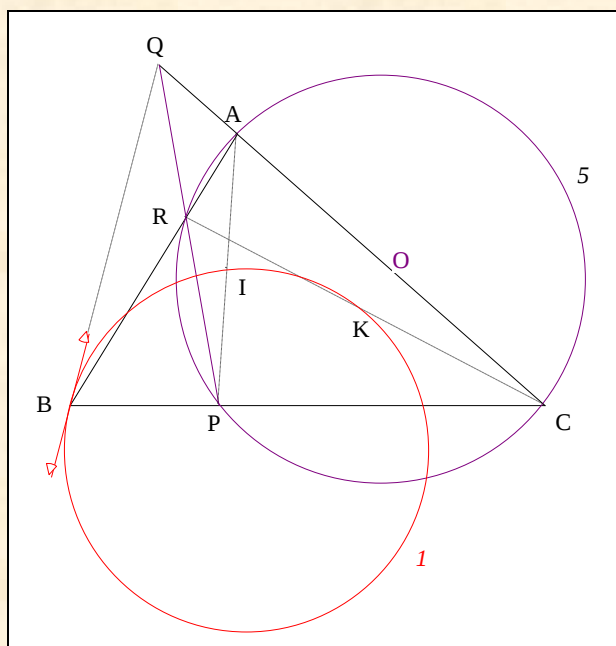
⁸ Altshiller-Court N. A., Notes on the orthocentric tetrahedron, *American Mathematical Monthly* vol. 41, 8 (1834) 500

⁹ Ayme J.-L., Autour du triangle orthique 2, Problème 14, *G.G.G.* vol. 49 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

¹⁰ Ayme J.-L., Un peu d'histoire, *G.G.G.* vol. 49 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

Brocard H., *Nouvelle Correspondance* 3 (1877) 173

Ayme J.-L., A propos du triangle orthique 12, Problème 17 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>



- **Conclusion :** par transitivité de, l est tangent à $(BQ) \leftrightarrow$ le quadrilatère ARPC est cyclique.

C. LEXIQUE
FRANÇAIS - ANGLAIS

A		N	
aligné	collinear	Notons	name
annexe	annex	nécessaire	necessary
axiome	axiom	note historique	historic note
appendice	appendix		
adjoint	associate	O	
a propos	by the way btw	orthocentre	orthocenter
acutangle	acute angle	ou encore	otherwise
axiome	axiom		
B		P	
bissectrice	bisector	parallèle	parallel
bande	strip	parallèles entre elles	parallel to each other
		parallélogramme	parallelogram
		pédal	pedal
		perpendiculaire	perpendicular
		piéd	foot
		point de vue	point of view
		postulat	postulate
		point	point
		pour tout	for any
		Q	
		quadrilatère	quadrilateral
		R	
		remerciements	thanks
		reconnaissance	acknowledgement
		respectivement	respectively
		rapport	ratio
		répertorier	to index
		S	
		semblable	similar
		sens	clockwise in this
		order	
		segment	segment
		Sommaire	summary
		symédiane	symmedian
		suffisante	sufficient
		sommet (s)	vertex (vertice)
		T	
		trapèze	trapezium
		tel que	such as
		théorème	theorem
		triangle	triangle
		triangle de contact	contact triangle
		triangle rectangle	right-angle triangle
C			
centre	incenter		
centre du cercle circonscrit	circumcenter		
cercle circonscrit	circumcircle		
cévienne	cevian		
colinéaire	collinear		
concourance	concurrence		
coincide	coincide		
confondu	coincident		
côté	side		
par conséquence	consequently		
commentaire	comment		
D			
d'après	according to		
donc	therefore		
droite	line		
d'où	hence		
distinct de	different from		
E			
extérieur	external		
F			
figure	figure		
H			
hauteur	altitude		
hypothèse	hypothesis		
I			
intérieur	internal		
identique	identical		
i.e.	namely		
incidence	incidence		
L			
lemme	lemma		
lisibilité	legibility		
M			
mediane	median		
médiatrice	perpendicular bisector		
milieu	midpoint		