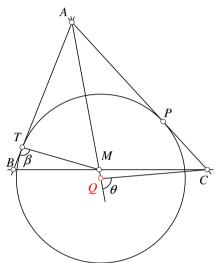
Problema 1053 de triánguloscabri. Dado un triángulo ABC, se considera el punto M de intersección entre la bisectriz interior correspondiente al vértice A y la recta BC.

Construir un punto Q sobre la recta AM tal que, $\beta + \theta = \pi$ siendo β y θ los ángulos que se muestran en la siguiente figura, en la que T y P son las proyecciones ortogonales del punto Q sobre las rectas AB y AC, respectivamente.



Propuesto por Miguel-Ángel Pérez García-Ortega.

Solución de Francisco Javier García Capitán. Si I es el incentro de ABC y definimos Q como el punto sobre AI tal que AQ:QI=t:1, es decir Q=(a+b+c+at:bt:ct), usando la función CuadradoCosenoRectas definida en el paquete Baricentricas.nb obtenemos que debe ser

$$t = -\frac{2(a+b+c)}{2a+b-c},$$

y por tanto Q = (-(b - c) : 2b : 2c).

<<Baricentricas';

ptQ = DividirRazon[ptA, ptI, t, 1];

ptP = Pie[ptQ, rtCA];

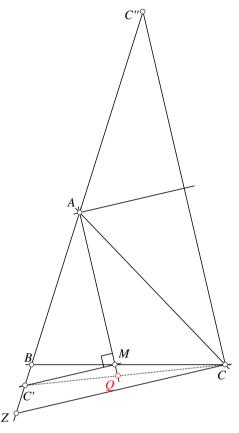
ptT = Pie[ptQ, rtAB];

expr = Numerator[Factor[

CuadradoCosenoRectas[Recta[ptT, ptM], rtAB] -

CuadradoCosenoRectas[Recta[ptQ, ptC], Recta[ptA, ptI]]]]

Para construir el punto Q observamos que si C' = (-(b-c):0:2c) es la traza sobre la recta AB, se cumple la razón AB:BC'=b+c:b-c. Por tanto podemos construir el punto C' así:



- 1. Sea C'' el simétrico de C respecto de la bisectriz exterior del ángulo A, es decir, la intersección de AB y la paralela por C a la bisectriz interior del ángulo A. Se cumple que AC'' = AC = b y por tanto que C''B = b + c.
- 2. Sea Z la intersección de AB y la perpendicular por C a CC''. Se tendrá AZ = AC = b y BZ = b c. Entonces queremos construir el punto C' sobre AB tal que AB : BC' = C''B : BZ, lo cual se consigue simplemente trazando por M, intersección de la bisectriz interior de A con BC, una perpendicular a dicha bisectriz.