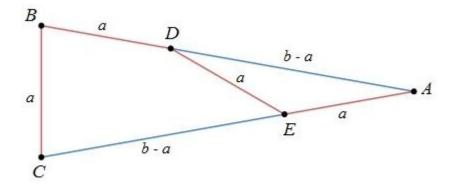
Problema 1054

Dado el triángulo isósceles que se muestra en la siguiente figura:



calcular b/a.

Pérez, M. A. (2022): Comunicación personal.

.

Solution proposée par Philippe Fondanaiche

Ce problème fait intervenir le triangle isocèle dont l'angle au sommet est égal à 20° et les angles à la base sont égaux à 80°. Les propriétés remarquables de ce triangle sont analysées en détail à l'adresse : http://www.diophante.fr/problemes-par-themes/geometrie/d1-geometrie-plane-triangles-et-cercles/373-d140-un-vrai-feu-dartifices

On obtient ainsi le rapport $b/a = 1/2\sin(\pi/18)$ avec la valeur de $\sin(\pi/18)$ donnée ci-après

Trigonometry Angles--Pi/18

The exact values of $\cos(\pi/18)$ and $\sin(\pi/18)$ can be given by infinite nested radicals

$$\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 - \dots}}}}$$
,

where the sequence of signs +, +, - repeats with period 3, and

$$\cos\left(\frac{\pi}{18}\right) = \frac{1}{6}\sqrt{3}\left(\sqrt{8-\sqrt{8-\sqrt{8+\sqrt{8-\dots}}}} + 1\right),$$

where the sequence of signs -, -, + repeats with period 3.

D'où la valeur approchée b/a = 2,879385...