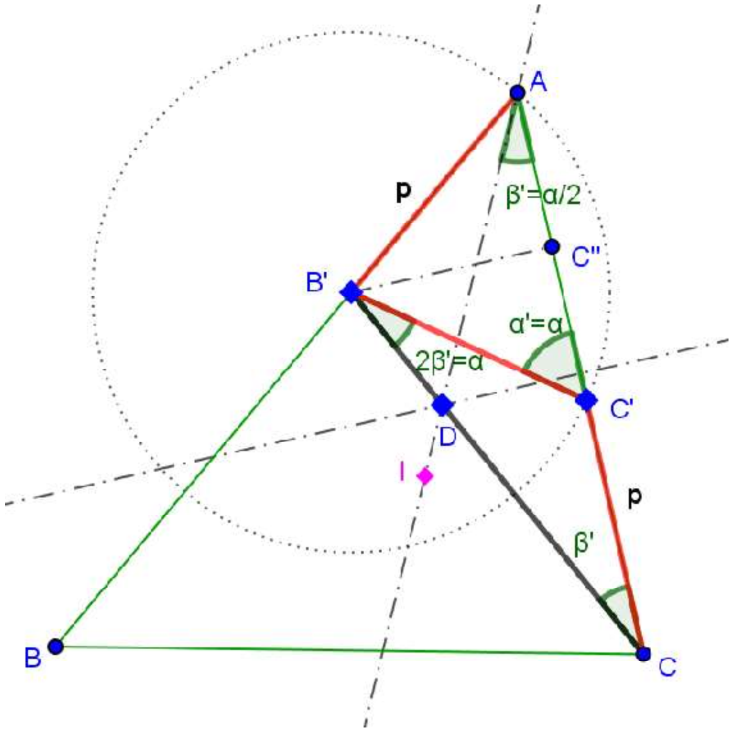
Del 1 de septiembre al 15 de octubre de 2022.

Propuesto por Angel Montesdeoca Delgado, estudioso de Geometría.

***Problema* 1058.-** *Construir sobre los lados AB y AC de un triángulo ABC pares de puntos B' y C', respectivamente, tales que $AB' = B'C' = C'C$.*

Fuente: Montesdecoa A, (2022): Comunicación personal

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



El triángulo $AB'C'$ es isósceles y también lo es el $B'C'C$ con los ángulos en B' y C de amplitud la mitad de A. Por ello la mediatriz de BC corta a la bisectriz de A en el punto D tal que el triángulo ADC es isósceles. La proyección desde C sobre AB del punto D es B'.

La circunferencia con centro B' y radio $B'C'$ corta AC en el punto C' buscado.

También se puede hallar C' tomando el pie C'' de la perpendicular a AC por B'. Entonces C'' es el punto medio de AC' y esto permite determinarlo.

Tomando $p = AB'$ en el triángulo $AB'C'$ podemos poner $b - p = 2p\cos A$ y expresando $\cos A$ en función de los lados del triángulo ABC, $b - p = \frac{p(-a^2+b^2+c^2)}{bc}$ de donde se obtiene $p = \frac{b^2c}{b^2+c^2-a^2+bc}$.

Con este dato tenemos las coordenadas baricéntricas de los puntos B' y C'.

$$B' = (c-p:p:0) = (-a^2+c^2+bc:b^2:0); C' = (p:0:b-p) = (b^2c:0:-a^2+b^2+c^2).$$

Y con esto concluimos.■