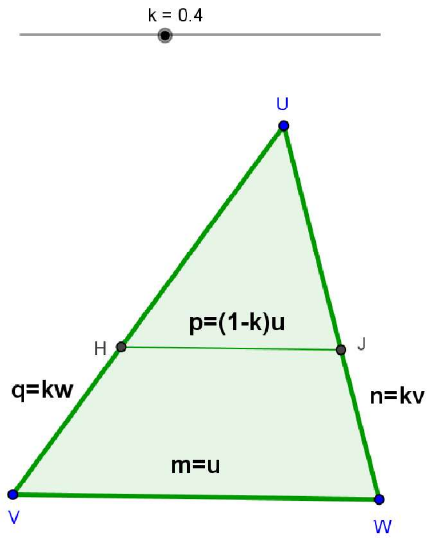
Del 1 de septiembre al 15 de octubre de 2022.

Propuesto por César Beade Franco, profesor de matemáticas jubilado de Cee (La Coruña)

***Problema* 1059.-** Dados 4 números positivos $a \geq b \geq c \geq d$ con $a \leq b + c + d$, construir un triángulo y una paralela a uno de sus lados tales que los lados del trapecio que determinan midan a, b, c y d.

Beade, C. (2022): Comunicación personal.

Solución de Saturnino Campo Ruiz, Profesor de Matemáticas jubilado, de Salamanca.



Sean UVW un triángulo cualquiera y k un número real, $k \in (0,1)$. Con la paralela HJ a VW tenemos un trapecio cuyos lados son:

Base mayor $m = VW =$ lado u de UVW; base menor $p = HJ = (1-k)u$ y los lados no paralelos: $q = VH = kw$ y $n = WJ = kv$.

A partir de $p = (1-k)u$, obtenemos $k = \frac{m-p}{m}$, que nos permite calcular $v = \frac{n}{k} = \frac{nm}{m-p}$ y $w = \frac{q}{k} = \frac{mq}{m-p}$.

Con el teorema de Thales podemos construir fácilmente estos segmentos como cuartos proporcionales en las proporciones

$$\frac{m-p}{m} = \frac{n}{v} \quad \text{y} \quad \frac{m-p}{m} = \frac{q}{w}.$$

.

Multiplicando por k estos lados se obtiene un triángulo con los segmentos $m-p$, n y q. Los de UVW son proporcionales a éstos. Se ha de verificar que $m - p < n + q$ o bien $m < n + p + q$, que es una de las condiciones impuestas a estos segmentos, pero también $m - p > |n - q|$, pues podría ser que no se formara un triángulo, como puede verse por ejemplo, tomando $m = 4$; $n = 2$; $p = 3$ y $q = 1$. Con estos datos se obtienen $u = 4, v = 8$ y $w = 4$ con los que no se puede formar un triángulo.

El trapecio puede construirse siempre que la diferencia de sus bases esté comprendida entre la suma y la diferencia de los lados no paralelos.■